

直観主義の否定的テーゼと呈示の要求

山田 竹志

2017/12/15

数学の哲学セミナー

@首都大学東京秋葉原サテライトキャンパス

直観主義の否定的テーゼ

否定的テーゼとその内容

岡本と否定的テーゼ

呈示の要求について

呈示論証と呈示の要求

呈示の要求への批判と応答

直観主義の否定的テーゼ
否定的テーゼとその内容
岡本と否定的テーゼ

呈示の要求について
呈示論証と呈示の要求
呈示の要求への批判と応答

直観主義の否定的テーゼ

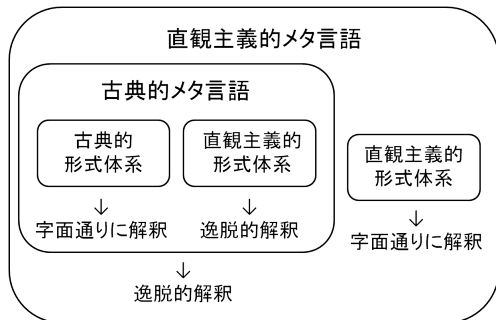
クライゼルが強調しているように、直観主義の数学の哲学は2つのテーゼからなる。積極的テーゼと否定的テーゼである。積極的テーゼが言っているのは、[...] 直観主義数学は理解可能な理論を形成しているということである。否定的テーゼが言っているのは、[...] 古典数学は多くの価値あるものを（歪められた形で）含んでいるとはいえ、そのままでは理解不可能だということである。(Dummett, Elements of Intuitionism, 2nd ed., p. 250)

- ▶ 構成主義数学は「普通の数学」（＝古典数学）の構成的部分を扱うという立場（＝折衷主義 eclecticism）では、否定的テーゼは拒否される。
- ▶ 折衷主義者に対し、否定的テーゼを受け入れないのは本当の直観主義ではない、という批判があり、直観主義者と折衷主義者の間に（しばしば感情的な）対立が生じる。
- ▶ 否定的テーゼの内容や役割が理解されていないのが問題だと思われる。

否定的テーゼに関する注意

- ▶ 否定的テーゼに従えば、古典数学の文を字面通りに理解することはできない。できるのはたかだか、古典数学の全体を1つの記号の体系とみなした上で、直観主義的に理解可能な語彙によって翻訳を与えたり、何らかの存在措定を天下りに前提しているとみなすことによって「理解」することにすぎない。
- ▶ しかし逆に言うと、いったん形式化してしまえば、古典論理ベースの形式体系であっても、適正に定義された数学的対象として認めてよい。
- ▶ しかし、その証明論や意味論を記述するメタ言語は最終的には直観主義的に理解可能なものでなければならない、というのが否定的テーゼの内容である。

否定的テーゼの内容



- ▶ 古典主義と直観主義のどちらにも依拠しない中立的な立場などないとすれば、直観主義者の見方は上の図で表現できる。
- ▶ 否定的テーゼを取らないとき、直観主義は古典的メタ言語によって解釈された直観主義的な形式体系としばしば同一視される。これに対し、否定的テーゼが主張しているのは直観主義的メタ言語の採用である。

直観主義の否定的テーゼ

否定的テーゼとその内容

岡本と否定的テーゼ

呈示の要求について

呈示論証と呈示の要求

呈示の要求への批判と応答

岡本と折衷主義？

実は我々に必要なのは、あの三つの立場〔実無限、潜在無限、弱い無限〕の比較、当否の判定といったことではなく、一般に、無限なものの数学への導入（あるいはむしろ、数学に限らず、我々のディスコース全般への導入）を、それ自体、我々自身が行う「概念形成」(*concept formation*)の活動として考察し直すことだと思われる。(岡本賢吾「無限」、『事典・哲学の木』(講談社、2002年)所収、p. 904)

一見すると、否定的テーゼは支持されていないように見える。

岡本と否定的テーゼ (1)

この立場〔直観主義・構成主義〕によれば、これらの存在物〔数学的存在物〕は、定義や公理を構成したり、計算や証明を遂行するといった、我々の数学的な実践（理論的な言語活動）を介して、初めて生成される（存在するようになる（*come into being*））ものに他ならない。従ってこの立場では、これらの存在物が、あたかも、こうした実践から独立に、それそのものとして予め自存するかのよう――そして、我々は単に事後的・外在的な仕方ですれらを認識するだけであるかのよう――見なすこと（これはまさに古典主義の側の観点である）は、厳しく拒否される。（岡本賢吾「無限なものの「確定性」と「拡張可能性」」、『哲学』53（2002年）、p. 53）

直観主義において否定的テーゼの果たす役割が適切に表現されている。

否定的テーゼの役割

- ▶ 素朴な古典的解釈：「数学的存在物は我々の数学的な実践を介して、初めて生成される」と言うが、数学的に言えば、それらの数学的な実践が一定の規則に基づいている限り、どのような数学的存在物が生成し、それについて何が成り立つのかは予め定まっているのではないか。（「初めて生成される」といった表現には「単に事後的・外在的」な「認識」上の意義しかない。）
- ▶ 否定的テーゼ：「どのような数学的存在物が生成し、それについて何が成り立つのかは予め定まっている」という考えを支える（特に二値原理を正しくする）ような、言語理解というものをわれわれは持ち得ない。
- ▶ 一言で言うと：数学的存在物を生成プロセスによって特徴づけるという考えを空疎にしないために、古典的理解は不可能（ないし困難）だとする言語観・意味観が要請されている。

岡本と否定的テーゼ (2)

言うまでもなく、直観主義・構成主義の立場にとっては、内包的原理を、実効的操作やそれに類する決定手続きにまで厳しく絞り込むこと自体がそもそもの眼目であるから、この点について何の妥協も選択の余地もないのは当然である。だがこれに対して、筆者の現在の考えは、一言で言って、目的次第でよいのではないか、というものである。[...] 例えばここでの量化領域についての分析を手がかりにして、集合論のような強固な実在論的言語（その背景にあるインフォーマルな理解や描像）について一定の批判的考察を行ってみることは、一応意味があるように思えるので（以下で、僅かだがこれを試みる）、直観主義・構成主義の立場のように専一的に内包的原理を絞り込む必要はないのではないかと考える。（同上、p. 57f）

一見、直観主義から距離を取っているように見える。しかし、求めているのは構成原理（ \subseteq 内包的原理）の拡張であり、ある種のプロセスが数学的存在物を特徴づけるという考えは捨てられていない。

岡本と否定的テーゼ (3)

一見すると、[...] V のメンバーが確定的であるという主張は十分成り立ちそうにも思える。しかしこれは極めて疑わしい。実際、或る領域がその全メンバーに関して確定的だと一応言えるとすれば、それは、当の領域が集合である限りにおいてである。というのも、[...] まず全メンバーが確定した上で、しかる後に、それが集合であるか否かが定まるといったことはありえず、全く逆に、まず当の領域が集合であることが判明することによって、初めてその領域の全メンバーが確定すると言えるにすぎないからである。(同上、p. 59)

ある種の「ダイナミクス」を含んだ集合観を可能にするために、 V の成員が確定的であるという考えを退ける否定的テーゼが論じられている。(ただし、集合の成員が確定するプロセスについての考察が基礎になっており、この種の考察が「単に事後的・外在的」でない意義を持つためには、さらに別の否定的テーゼが必要であるように思われる。)

まとめ

- ▶ 岡本自身の立場は、直観主義・構成主義から出発して、少しずつ超越的な構成原理の付加やプロセス概念の拡張を考える、といったものだが、「プロセスによって数学的存在物を特徴づける」という考えが常に根底にある。
- ▶ この種の考えが、「単に事後的・外在的」でない意義を持つためには、何らかの否定的テーゼが必要であり、岡本もある種の否定的テーゼを論じている。

- ▶ そもそも、否定的テーゼを必要とするタイプの考え（プロセスが数学的存在物を特徴づけるという考え）がどのようなものなのか、ということが一般にはよく理解されておらず、探究の余地が多いにある。
- ▶ 否定的テーゼは言明の理解可能性に関わっているので、否定的テーゼを論じるには、最終的には言明の理解可能性一般についての議論と、それを支える言語観・意味観の提示を回避することはできない。
→ダメットの呈示論証はまさにそのような議論を正面から展開したほぼ唯一の例である。

直観主義の否定的テーゼ
否定的テーゼとその内容
岡本と否定的テーゼ

呈示の要求について
呈示論証と呈示の要求
呈示の要求への批判と応答

意味論と意味理論

ダメットの言う意味理論 (theory of meaning) とは、意味理解 (意味の知識) について説明を与えるものである。意味論 (semantics) は、その (表示的な) 意味論に基づいて説得力のある意味理論が作れるかどうかによって評価される。

例：意味論が次のような定理を持つとする：

「太郎は文鳥である」が真である \Leftrightarrow 太郎は文鳥である

ここから次のような意味理解の説明 (文の理解をその真理条件の理解とする説明、真理条件的な意味理論) が自然と出て来る：

「太郎は文鳥である」という文の意味を X が知っているとは、 \langle 「太郎は文鳥である」が真である \Leftrightarrow 太郎は文鳥である \rangle と X が知っているということに他ならない。

一般に、意味理解は意味論の定理 (あるいは公理) を内容とする知識として説明される。

「太郎は文鳥である」という文の意味を知っているとは、
〈「太郎は文鳥である」が真である \Leftrightarrow 太郎は文鳥である〉
と知っていることである。

真理条件的な意味理論における説明項は、〈太郎は文鳥である〉という内容を持つ命題的態度を伴っており、このような命題的態度の説明は〈太郎は文鳥である〉という内容を表現する言語の理解に訴えることになるのではないか（それゆえ意味理解の説明としては循環するのではないか）、という疑いが生じる。

呈示の要求

しかし、〈「太郎は文鳥である」が真である \Leftrightarrow 太郎は文鳥である〉という知識は、太郎が文鳥であるか否かに応じて「太郎は文鳥である」を肯定したり否定したりする能力として説明できると思われるし、そのような説明を補えば、真理条件的な意味理論による説明は循環を免れる。

そこで意味理論において、意味論の定理を内容とする知識は、その知識を持つことの完全な呈示 (manifestation) であるような実践的能力として説明されねばならない、という要求が立てられる (呈示の要求)。

呈示論証の要点

「太郎は文鳥である」のように決定可能な文であればこれでよい。しかし、「双子素数は無限に存在する」のような文（実効的に決定不能な文）の場合、少なくとも現在のわれわれにはその真偽を見分けることは不可能であり、それゆえ先ほどの仕方で真理条件的な意味理論を与えることはできない。ダメットはここからさらに、そもそも実効的に決定不能な文に真理条件的な意味理論を与えることはできない、と主張する。

ここから次のように二値原理の拒否が導かれる。

- ▶ 算術言語には実効的に決定不能な文がある。
- ▶ 実効的に決定不能な文を含む言語には、呈示の要求を満たす形で真理条件的な意味理論を与えることはできない。
- ▶ もしある言語において二値原理が成立するならば、その言語の意味は真理条件的な意味理論で説明されねばならない。
- ▶ それゆえ、算術言語において二値原理は成立しない。

直観主義の否定的テーゼ

否定的テーゼとその内容

岡本と否定的テーゼ

呈示の要求について

呈示論証と呈示の要求

呈示の要求への批判と応答

呈示の要求に対する批判

呈示の要求の内容は不明確（実践的能力とは何か、etc.）だし、説明上の循環を避けるという目的にとって呈示の要求は強すぎるように見える。そこで、以下の批判とそれへの回答を見ることを通じて、呈示の要求への動機づけについて探究してみる。

批判：呈示の要求は、「ある主体が文を理解しているかどうかを、その主体が他にどんな命題的態度を持つかということから独立に問いうる」という考えを前提しているように思われるが、その前提ははるか昔に退けられているのではないか？

行動主義批判の応用

- ▶ 一般に、行動をある心的態度に一意に結びつけることはできない。例えば、ある主体 X がある種の状況において「太郎は文鳥である」という文を肯定するという行動が見られたとしても、相手に恭順の意を示したいといった欲求があったり、実は質問者の顔色を見てそうした行動を示していたとすれば、この行動を意味理解の呈示とみなすわけにはゆかないだろう。
- ▶ だとすれば、話者が他にどんな心的態度を持っているかが予め分かっていない限り、それゆえそれらの心的態度の内容を表す言語の理解を話者に帰さない限り、話者のいかなる行動も意味理解の呈示とはみなせないのではないか。

回答

回答：

われわれは、「互いの使っている言葉の意味を確認する」という活動を行うことがあり、そのような活動においては、誰もが誠実に自分の理解を呈示することが前提される。それゆえ、自分と相手がそのような活動に参加しているかどうかを認識することが常に可能であるとすれば、その文脈においては行動を意味理解に一意に結びつけることが可能である。

回答（続）

- ▶ このような活動が常に可能でありかつ認識できるという保証はないが、「われわれの言語の可能性の条件として、このような活動が可能でなければならない」という考えは十分可能であると思われる。
- ▶ 言語の意味を、「互いの使っている言葉の意味を確認する」という活動において、話者同士が互いの言語使用を調整することを通じて生成するものとして捉えるならば、このような活動が可能であることは言語の可能性の条件となる。
- ▶ この言語観・意味観は「言語表現の意味は、われわれ人間が自由に決めることができる（それゆえ、不便や不都合のある言語は修正できる）」という考えを反映している。
- ▶ また、この言語観・意味観は数学的存在物がわれわれの活動によって生成する、という描像に実質を与える。