

私の確率情報システムへの履歴書

東京電機大学名誉教授 稲葉博

1. Kalman Filter の論文は全く理解困難

私は 1963 年 4 月に東京電機大学の大学院修士課程に入学しました。その 3 年前の 1960 年に彼の有名な離散時間線形システムの Kalman Filter の論文[2]が発表され、続いて次の 1961 年に連続時間の Kalman-Bucy Filter の論文[3]が発表されていました。人づてにこれらの論文は非常に画期的かつ多くの研究者から注目されている確率的信号推定に関する論文であると聴き、直ぐにコピーを手に入れたことを記憶しています。早速論文を読み始めたが、とても手に負える内容ではないことを直ぐに知らされた。特に Kalman-Bucy Filter の論文は当時の私の数学の力を遙かに超えた内容であり、大きな挫折を味わったことを鮮明に覚えています。

基礎的な数学の力不足を感じていたのは私だけではなく、多くの同僚も同じでした。特に確率の基礎、線形代数、解析学の理解が足りないことを痛感し、直ぐに同僚を集め、数学の先生を顧問にお願いして、これらを勉強するための輪講を始めたことを思い出しました。先ず確率論は「確率論入門、赤池撰也著 倍風館 1958」をテキストにして数人で開始した。続いて解析学は「函数解析の基礎(コルモゴルフ、フォミー著)、山崎三郎訳、岩波書店、1963」を使って勉強会を週に 2 回くらいの割合で、さらに夏休みには大学の寮などで 1 週間くらいの泊まり込みの輪講を続けたように記憶しています。しかし数学の準備のために Kalman Filter に関する研究は全く進まず、修士論文の研究課題をパターン認識（音声認識）に変えて修士を修了することになった[6]。

2. テキサス大学への留学

修士課程を 1966 年 3 月に修了予定で、電力中央研究所に就職する内定をもらっていました。大学に入学する前に、北海道電力に就職して発電所関連の仕事に 4 年間従事し、何度か送変電系統の大きな事故・故障を経験しておりました。そのために、パターン認識の理論を電力系統の故障検出に利用できる可能性があることを面接官に説き、割と簡単に電力中央研究所への採用が決まりました。

しかし私の指導教授から大学に残って助手として研究することを薦められ、結局内定を取り消して大学の助手を選びました。1966 年 4 月に助手になり半年たって、指導教授の薦めもあってテキサス大学への留学の可能性を考慮して、私学研修福祉会の在外研修員への申請をしました。幸い 6 ヶ月間の在外研修員への採用が決まり、1967 年 6 月の夏学期からテキサス大学の博士課程に入学することができました。しかし、こんなに早く留学の機会が与えられるとは全く想像しておらず、特に英会話の準備は殆どなく、会話や授業の聴講に大変な苦勞・困惑をしたことを思い出します。

入学後は外国人のための英会話クラスなどに通いながら専門科目も受講していた

が、幸いにも9月から Research Assistant にも採用された。そのためテキサス州での就労になり、外国人授業料から州の学生の授業料に変更され、それまでの約4分の1に減額されたこともあって、少し経済的な状況が改善されました。そのため1年前に結婚していた妻を日本から呼び寄せることができ、少し落ち着いて生活ができるようになった。

1969年7月20日には Apollo 11 で人類初めての月面着陸が成功し、宇宙工学科に關係する教員や学生はもとより、世界中の人達が祝い一色になりました。さらにその直後の8月13日に長女も生まれ、私にとってはこれまでの緊張した環境から少し余裕のある心境になり、より意欲を持って研究を進めることができるようになったように思います[9]。

3. 確率情報システムに關係した研究課題

テキサス大学での指導教授は宇宙工学科の学科長を務めていた Byron D. Tapley 教授で、NASA との共同研究などで大変多忙であったが、何時も学生との対話を大事にしてくれました。何度かの対話の中で、いくつかの可能な研究課題を提示して戴きました。例えば、宇宙船から観測した海面の情報から津波の予測問題、地球の重力分布の推定問題、宇宙船の最適軌道修正問題、地球の自転軸の北極面での移動経路の統計的解析、などであった。これらのいずれの問題にも雑音を含む観測情報からの推定問題であり、いずれも雑音に埋もれた情報を推定するという課題で、雑音の研究が大変重要であると考えました。特にこのように時間的に連続した観測値から目的とする情報を推定するには雑音の正確な定義、さらにその性質を十分理解することが重要であった。

Kalman-Bucy Filter などに現れる雑音は一般的に雑音の中でも最大の不確定さを持った“白色過程(white noise)”が用いられる。しかし、少なくとも工学的応用分野では、この白色過程は非常に直感的かつ非数学的な特徴付けにとどまっており、Kalman-Bucy Filter の導出においても十分納得できる証明にはなっていなかった[3]。このような不明確さを払拭するために、通常確率過程を一般化した“一般化確率過程”を導入することによって事態を明確にできるのではと、学位論文の研究課題として選択した。もちろん、確率微分方程式[7]の枠組みで考察すれば、数学的曖昧さなしに導出は可能である。しかし、一般化確率過程の枠組みでは白色過程は線形作用素と見なされるので、これまでの工学分野での取り扱いとは大きく異なる。

4. 博士論文は「一般化確率過程とその応用」

Kalman Filter に表れる雑音は“白色過程”またはガウス特性を持つ“白色ガウス過程”である。離散時間的 Kalman Filter に表れる白色過程は通常確率過程でその導出には数学的不正確さは起きない。しかし、連続時間的線形システムに表れる白色過程は通常確率過程ではないので、その導出には数学的曖昧さを避けることができない[3]。実際、連続時間的 Kalman-Bucy Filter の導出においては、“白色過程” $w(t)$ は次の性質

$$\begin{cases} E[w(t)] = 0, & -\infty < t < \infty \\ E[w(t)w(s)] = \sigma^2 \delta(t-s), & -\infty < t, s < \infty \end{cases}$$

を満たす雑音であると特徴付けられるのが普通である。ここに、 E は平均値、 $\sigma > 0$ は雑音の大きさ、 $\delta(t)$ はデルタ関数（一般化関数または超関数）を表す。しかしこのような“白色過程”の相関関数 $K(t, s) := E[w(t)w(s)]$ はデルタ関数 $\delta(t-s)$ を含み、通常確率過程ではなく、数学的に厳密な定義が必要であることが分かる。

“白色過程”を数学的に明確に定義するために、通常関数を一般化関数（超関数）へ拡張したように、通常確率過程を一般化することが必要であることに気づきました。この課題を研究してまとめたのが、私の学位論文である[8]。この枠組みの中では、“白色過程”は（連続）線形作用素として定義され、さらに白色過程を含む線形システムの状態方程式（微分方程式）も一般化確率微分方程式として位置づけられ、Kalman-Bucy Filterはこの枠組の中で厳密に導き出すことができることが示された[8],[10]。

5. 博士候補者資格試験と口頭試問

米国では一般的に博士論文を書くには、必要な授業科目と取得単位数を満たすだけでなく、最大の難関である博士候補者資格試験に合格しなければならない。多くの大学では、この資格試験は専門領域から選ばれた基本的に重要な数分野の筆記試験から構成され、これらのすべての試験に合格しなければ博士候補者にはなれない。合格できない学生は大学を去ることになります。私が属した宇宙工学科では、専門領域で指定された4分野を選び、1分野につき3時間の筆記試験を2日にわたり受験し、4分野すべてに合格しなければならなかった（さらに私が在学した当時は外国語の試験にも合格する必要があった。私はドイツ語で受験した）。

これらの試験に合格した後、準備ができた学生は3時間位の口頭試問が課せられ、これに合格して始めて博士論文を準備するための科目（dissertation course）を登録することが許され、学位論文が提出されるまで毎学期登録を続けなければならない。学位論文が提出されると、日本の大学と同じように、論文内容に近い4名以上の教授からなる論文審査委員会(dissertation committee)が構成され、3時間位の学位審査会(final defense)が開かれ、これに合格して学位の授与が決まることになる。

実は、この学位審査会の数週間位前だったと思うが、Kalman Filterに関して最大の貢献をしていたスタンフォード大学の T. Kailath 教授がテキサス大学に来られ、論文審査委員会のメンバーの1人から Kailath 教授に学位論文の内容を聞いてもらうように提案がありました。審査会で発表する資料の準備はかなり整っていたので、小さな部屋で Kailath 教授に私の学位論文の内容を約1時間かけて説明しました。幸い Kailath 教授からは、新しい成果であり、とても興味ある内容であるという評価を戴き、これからの本審査会にも自信を持って説明できると安心したことを覚えています。

その後、学位審査会が開かれ、全く問題なく2時間位で修了し、直後に指導教授から合格の知らせを受けました。とても永い道のりであった。

6. 確率システムシンポジウムと参加者との交流

私が始めて確率システムシンポジウムに参加したのは1972年（昭和47年）の第4回であったと記憶しています。この年の5月に米国テキサス大学で学位を取得して帰国し、その後たまたま電気学会のある委員会で早稲田大学の秋月景雄先生と同席することがあり、日本での学会活動の状況などいろいろ有益な情報をお聴きしました。5年間の米国滞在で日本の学会活動の状況に飢えていた私にとってはすべてが新鮮な情報であった。

確かその会話の中であったと思われるが、京都工芸繊維大学の砂原善文先生が中心になって、毎年開催されている“確率システムシンポジウム”という研究会があることを知りました。研究会での発表内容は私のこれまでの研究と多くの共通点があるように感じ、早速砂原先生に学位論文のコピーを謹呈したのが、このシンポジウムに参加することになったきっかけであった。実際、発表論文は投稿してなかったが、砂原先生から次回のシンポジウムに参加するように招待され、どこで開催されたか定かではないが、宿泊するホテルまで手配して戴いたように記憶をしています。このときのシンポジウムの内容は多くは記憶していないが、ただ大変活気に満ちた討論があり、特に大学院生の発表も多く、その内容の高さと真摯な態度に感銘を受けたことが印象に残っています。

初めての参加の後、何年か参加できなかった時期もあったが、その後は論文も投稿して発表させて戴き有益な議論をさせて戴いただけでなく、多くの友人ができました。実際、砂原先生の大学の院生や先生の指導を受けられた研究者とは大変に難しい議論もさせて戴き、かなり緊張させられた記憶があり、また懇親会などでは防衛大学校の中溝高好先生、京都大学の片山徹先生、京都工芸繊維大学の大住先生、立命館大学の杉本末雄先生をはじめ多くの先生方に学問的な面だけではなく親しい友人として交流させて戴きました。

最後に、九州工業大学の熊丸耕介先生とのある会話を紹介して記録しておきたいと思います。どのような状況であったか記憶にはないが、確率測度の絶対連続に関するRadon-Nikodym Derivative という概念が話題になり、大変驚かされたことを今でも鮮明に記憶しています。この概念は関数解析や測度論などを勉強した数学を専門にする人以外はあまり話題にしない概念であると理解していたので、確率システムシンポジウムの参加者からこのような問題を話題にされたことに大変な驚きを感じたからです。私は関数解析や確率論などの講義で、たまたまこの概念を勉強してまだ忘れていなかったただけだったのですから。

7. 添田喬先生とテキサス大学からの招聘

添田先生にこの場を借りてお詫びをしたいことがあります。おそらく1973年の第5回のシンポジウムに参加したおりだったと思うのですが、先生から1974年度からの徳島大学での非常勤講師の依頼を受け、暫くの考慮の後お引き受けすることになりました。どんな科目であったかなど全く記憶していませんが、東京から徳島まで毎週出講するのは困難なので、2週に1回徳島に行き2回の講義をこなすことで了解を戴

いたように思います。しかし、次の年（1974年）の始めの頃だったと思うが、テキサス大学から宇宙工学科の助教授として1974年秋学期から招聘したいという手紙を戴き、2年間テキサス大学で務めることになりました。

このテキサス行きには大きな問題がありました。1972年5月に米国から帰国して東京電機大学の助教授に着任したばかりであり、さらに徳島大学の非常勤講師の件もあり非常に難しい状況にありました。当時の私が所属する電気通信工学科の学科長からは、このような機会は滅多にないことだから、この招聘を受けることを強く進言されました。その後工学部長から呼び出しがあり、大変な叱責を受け、招聘を受けた場合のいくつかのペナルティーまで言い渡されました。このような状況を知った学科長は、この件に関しては今後“自分がすべて処理するから、お前は全く関与しないように”と言い渡され、夏休み直前の教授会で私のテキサス行きが承認されました。

結果的に徳島大学の非常勤講師の件はお断りせざるを得ない状況になりました。しかし、近づくテキサス行きの準備と私の大学での講義の引き継ぎなどで、かなり忙しい時期に添田先生には十分な説明とお詫びをさせて戴いたという記憶がなく、最近になっても大変気になっておりました。この場を借りて心からのお詫びを申し上げ、お許しを戴きたいと思います。

8. 私の確率情報システム研究への道しるべ

多くの数理科学者が私に確率情報システムへの感心を抱かせてくれた。特に大きな影響を受けた数理科学者として N. Wiener [1], C. E. Shannon [5] と R. E. Kalman [2]-[4] を挙げるができます。

Wiener からは, Wiener Process (Brownian Process) や Cybernetics などである。特に, Wiener Process の標本関数は確率 1 で連続であるが確率 1 で微分不可能であるという性質をもつ大変特異な確率過程である。Wiener Process は独立増分を持つので Stochastic Integral が定義でき、したがって確率微分方程式が議論できる。一方、一般化確率過程の枠組みでは[8],[10], Wiener Process の“微分”が白色ガウス過程であり、したがって一般化確率微分方程式が議論できる。

Shannon は、情報量、相互情報量、通信路符号化定理、通信容量などを定義・議論して、情報とは何かを数学的に明らかにしてくれました。これは情報論的に非常に大きい意義と成果をもたらしただけでなく、私には数理科学が生んだ美しい1つの芸術作品のようにも思われます。

Kalman からは最も大きな影響を受けたと思います。特に、離散時間線形システムに対する Kalman Filter の成果から受けた影響は計り知れないものがある。さらに、これを連続時間線形システムの状態に拡張した Kalman-Bucy Filter は私の学位論文の課題になった一般化確率過程を研究する端緒になりました。また、多くの若い研究者にも確率システムの研究を促す大きなインセンティブを与えたと推測します。さらに、Kalman は線形システムの可制御性や可観測性を明らかにし、これらの成果を用いてすべての線形システムは「Kalman の正準型」に分解できることを示した[4]。このように整理・整頓された美しい成果は芸術作品を超えた美しさをもっていると感じます。

9. スイスに Kalman 教授を訪ねる

Kalman 教授は世界的に大変著名な数理科学者の 1 人です。1985 年には「京都賞」を、さらに 2009 年には米国のオバマ大統領から「National Medal of Science and Medal of Technology」を受賞されています。幸いに、私は 1990 年代にスイス連邦工科大学 (ETH) の Kalman 教授を 2 回訪問する機会を得ました。一度目は 1992 年に「環上の線形システムのデカップリング制御」について講演をさせてもらい、さらに当時 Kalman 教授は経済にシステム理論を応用する問題に関心を持っていた時期であったためか、私のような素人を相手に経済システムに関して黒板を使って 2 時間以上も議論をしました。このときは、筑波大学の太塚尚久助手 (現東京電機大学教授) も同行しており、夜は 2 人で Kalman 教授宅に招待され、Kalman 先生の親戚の家族、奥様、お嬢さんと一緒に夕食を戴いたことを今も鮮明に記憶しております。二度目の訪問の時期は定かではないが、システムに関するいろいろな問題を議論して、レストランでの夕食に招待されたこと以外の詳しい内容は記憶にない。Kalman 教授は 2016 年にこの世を去られました。親しくお付き合いをして戴いたことに感謝すると共に、ご冥福をお祈りします。

- [1] N. Wiener, Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series, M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1949.
- [2] R.E. Kalman: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Trans. ASME, J. Basic Eng., vol.82, pp.35-45, 1960.
- [3] R. E. Kalman and R. S. Bucy, New Results in Linear Filtering and Prediction Theory, Trans. ASME, J. Basic Engr., Ser. D, vol. 83, pp96-107, December 1961.
- [4] R. E. Kalman, Mathematical description of linear dynamical systems, SIAM Journal on Control, vol. 1, pp.152-192, 1963.
- [5] C. E. Shannon and W. Warren, The Mathematical Theory of Communication, The University of Illinois Press, Urbana, 1964.
- [6] 稲葉博, 平松啓二, パターン認識における特徴評価関数と判別関数, 電気通信学会雑誌, 第 50 巻第 3 号, 453-469 頁, 1967 年.
- [7] R. S. Bucy and P. D. Joseph, Filtering for Stochastic Processes with Applications to Guidance, Interscience Publ., New York, 1968.
- [8] H. Inaba, A theory of generalized random processes and its applications, AMRL vol.1039, Applied Mechanics Research Laboratory, University of Texas at Austin, USA. May 1971. (学位論文)
- [9] 稲葉博, 留学体験記ーアメリカ・テキサス大学に 5 年間過ごしてー, 電気学会雑誌, 第 92 巻第 9 号, 909-913 頁, 1972 年.
- [10] H. Inaba and B. D. Tapley, Generalized Random Processes, A Theory and the White Gaussian Process, SIAM Journal of Control, vol. 13, no. 3, pp. 719-735, 1975.