

*H- φ formulation*による
超電導薄膜線材の2次元電磁界解析

都城高専 機械電気工学専攻

柏木 涼太

指導教官 野地 英樹

目次

1. 研究背景と目的
2. 研究方法
3. 研究の結果と考察
4. まとめ

1. 研究背景と目的

○研究背景

発電所から私たちのもとへ電気が届くまでに
約 **5%** の電気が失われてしまう



エネルギー損失の少ない超電導ケーブルの
開発が進んでいる



超電導ケーブルの損失をプログラムで解析することでエネルギー
損失の少ない超電導ケーブルを設計できるか確認したい



超電導ケーブル

1. 研究背景と目的

○研究背景

しかし、現状の解析方法 (H formulation) ではモデルが複雑になるにつれて計算時間が増えるという欠点がある。



新しい解析方法として、 $H-\varphi$ formulationを導入することで計算を高速化できると考えた。

1. 研究背景と目的

- 目的

本研究では、有限要素解析ソフトCOMOSOLを用いた2次元電磁界解析によって超電導薄膜線材の交流損失を求めるプログラムを作成し、交流損失を求める。その計算値を解析式と比較することでモデルに *H-φ formulation* が適用できるかを調べる。

2. 研究方法

H formulation

モデル全体を磁界 H を用いて計算を行う

H- ϕ formulation

モデルの超電導体内を磁界 H を用いて計算し、空気中を磁気スカラーポテンシャル ϕ を用いて計算を行う。

超電導薄膜線材

空気

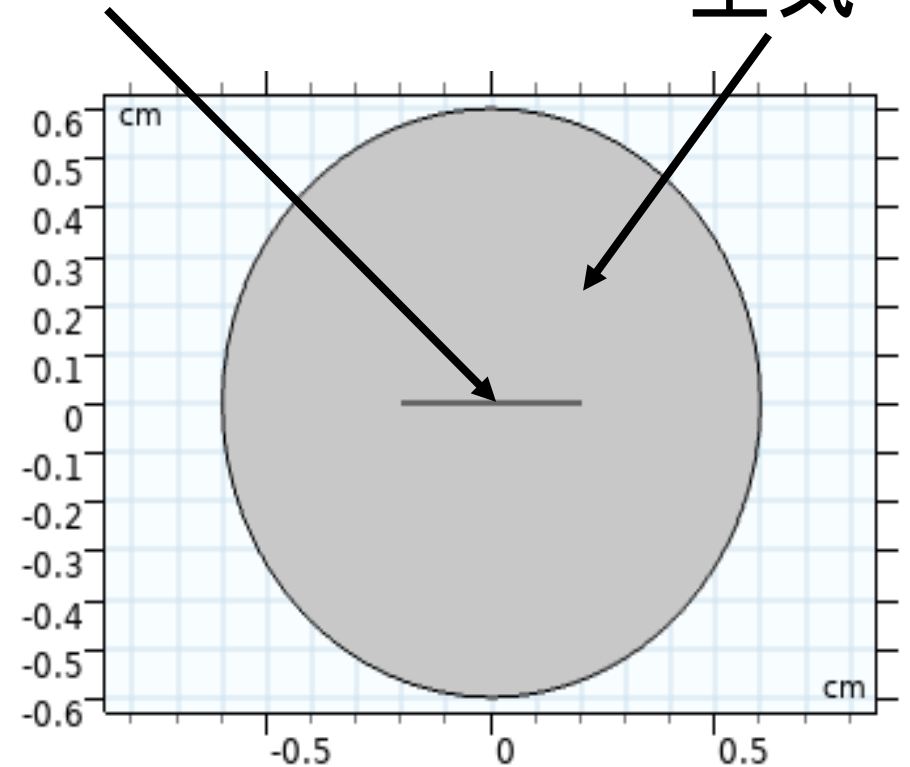
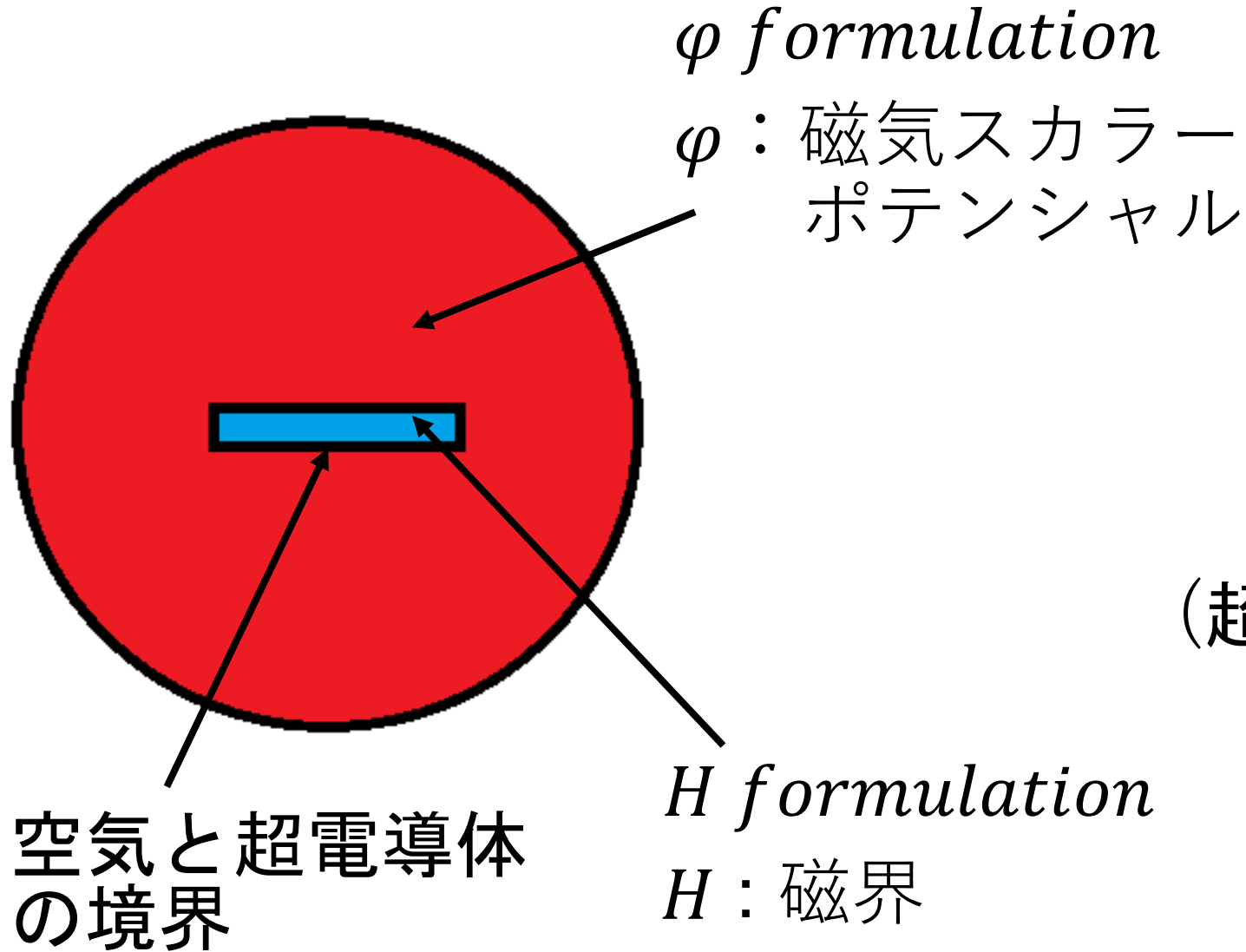


図1 超電導薄膜線材のモデル

2. 研究方法



φ formulation (空気)

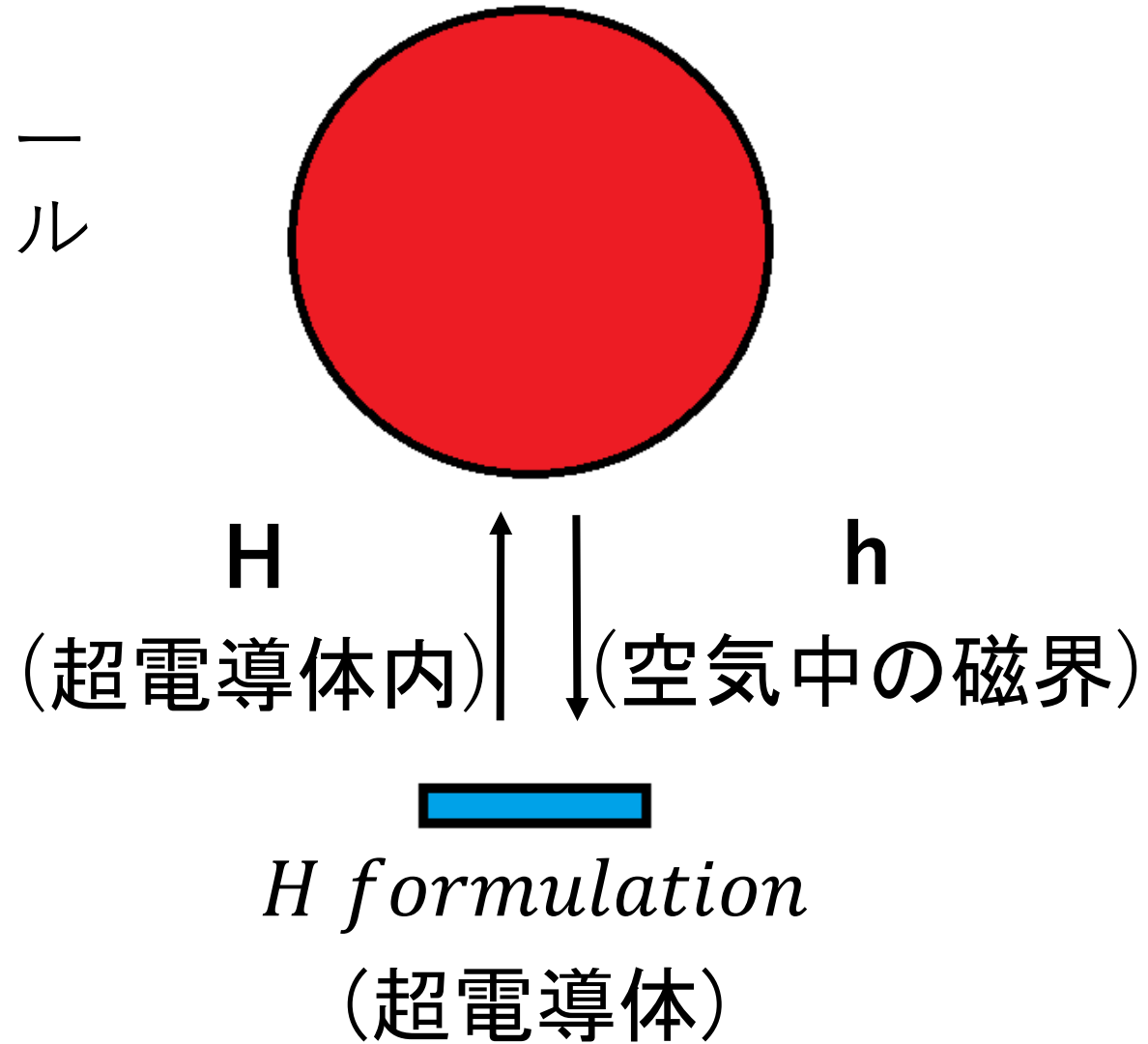


図2 モデルの計算領域

2. 研究方法

○超電導体内に適用する式 (*H formulation*)



超電導体

1. ファラデーの法則

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{J}) = -\frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t} \quad \text{より}$$

$$\begin{bmatrix} \mu_0 & 0 \\ 0 & \mu_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{dH_x}{dt} \\ \frac{dH_y}{dt} \end{bmatrix} + \nabla \cdot \begin{bmatrix} 0 & E_z(J_z) \\ -E_z(J_z) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

2. アンペールの法則

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad \text{より}$$

$$J_z = \frac{dH_y}{dx} - \frac{dH_x}{dy} \quad (2)$$

2. 研究方法

○超電導体内に適用する式 (*H formulation*)


超電導体

3. 抵抗率の計算式

$$\rho = \frac{E_C}{J_C} \left(\frac{J}{J_C} \right)^{n-1} [\Omega \cdot m] \quad (3)$$

4. 交流損失の計算式

$$P = f \cdot \int_{\frac{1}{f}} dt \int_S (E_z \cdot J_z) dS [\text{W/m}] \quad (4)$$

2. 研究方法

○空気中に適用する式 (*H- φ formulation*)

1. 空気中の磁界の計算式

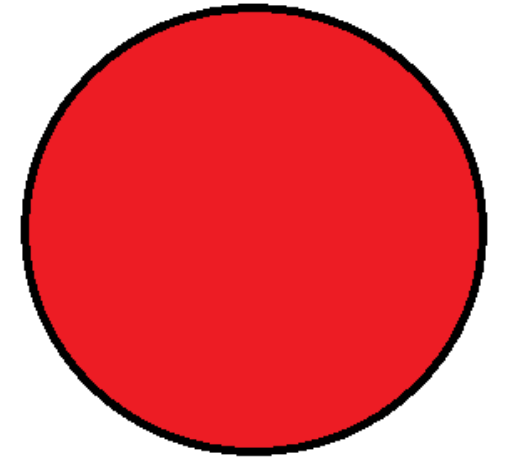
$\mathbf{h} = -\text{grad } \varphi (= \nabla \cdot \varphi)$ より

$$(h_x, h_y, h_z) = \left(-\frac{\delta\varphi}{\delta x}, -\frac{\delta\varphi}{\delta y}, -\frac{\delta\varphi}{\delta z} \right) \quad (8)$$

2. ガウスの法則

$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ より

$$\left(\frac{\delta h_x}{\delta x} + \frac{\delta h_y}{\delta y} + \frac{\delta h_z}{\delta z} \right) = \left(-\frac{\delta^2 \varphi}{\delta x^2} - \frac{\delta^2 \varphi}{\delta y^2} - \frac{\delta^2 \varphi}{\delta z^2} \right) = 0 \quad (9)$$



空気

2. 研究方法

○交流損失の解析式

- Brantの方程式 (垂直磁界を印加)

$$Q_B = 4f\mu_0 \left(\frac{w}{2}\right)^2 J_C d H_0 \left\{ \left(\frac{2}{H_a}\right) \ln(\cosh H_a) - \tanh H_a \right\}, \left(H_a = \frac{H_0}{H_c} \right) \quad (15)$$

μ_0 : 真空の透磁率 f : 周波数 H_a : 規格化印加磁界
 J_C : 臨界電流密度 d : 厚さ H_0 : 印加磁界 H_c : 臨界磁界

2. 研究方法

○交流損失の解析式

- slabモデル(平行磁界を印加)

$$Q_S = \frac{2f\mu_0 H_0^2}{3} H_a dw \quad (H_a < 1) \quad , \quad H_a = \frac{H_0}{H_c} \quad (16)$$

$$Q_S = fd\mu_0 J_C H_0 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{1}{H_a} \right) dw \quad (H_a > 1) \quad , \quad H_a = \frac{H_0}{H_c} \quad (17)$$

μ_0 : 真空の透磁率 f : 周波数 H_a : 規格化印加磁界

J_C : 臨界電流密度 d : 厚さ H_0 : 印加磁界 H_c : 臨界磁界

2. 研究方法

○交流損失の解析式

- Norrisのストリップスの式(電流を通電)

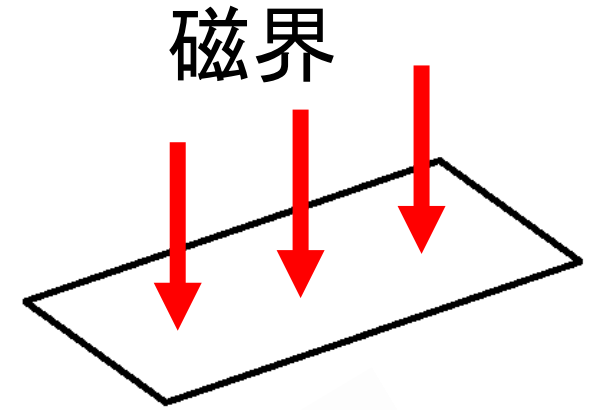
$$Q_{NS} = \frac{I_C^2 \mu_0 f}{\pi} \{(1 - i) \ln(1 - i) + (1 + i) \ln(1 + i) - i^2\} \quad (18)$$

I_C : 臨界電流 μ_0 : 真空の透磁率 f : 周波数

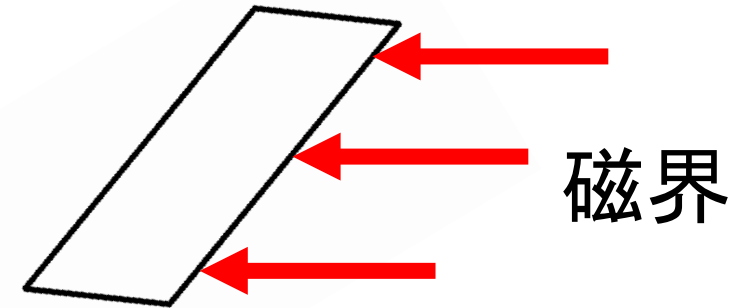
$i \left(= \frac{I}{I_C} \right)$: 規格化輸送電流

3. 結果と考察

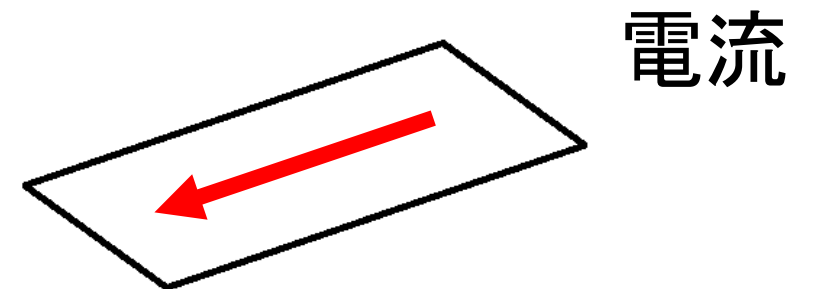
(1) 垂直磁界を
印加したときの解析結果



(2) 平行磁界を
印加したときの解析結果



(3) 電流を
通電したときの解析結果



3. 結果と考察

(1) 垂直磁界を印加したときの解析結果

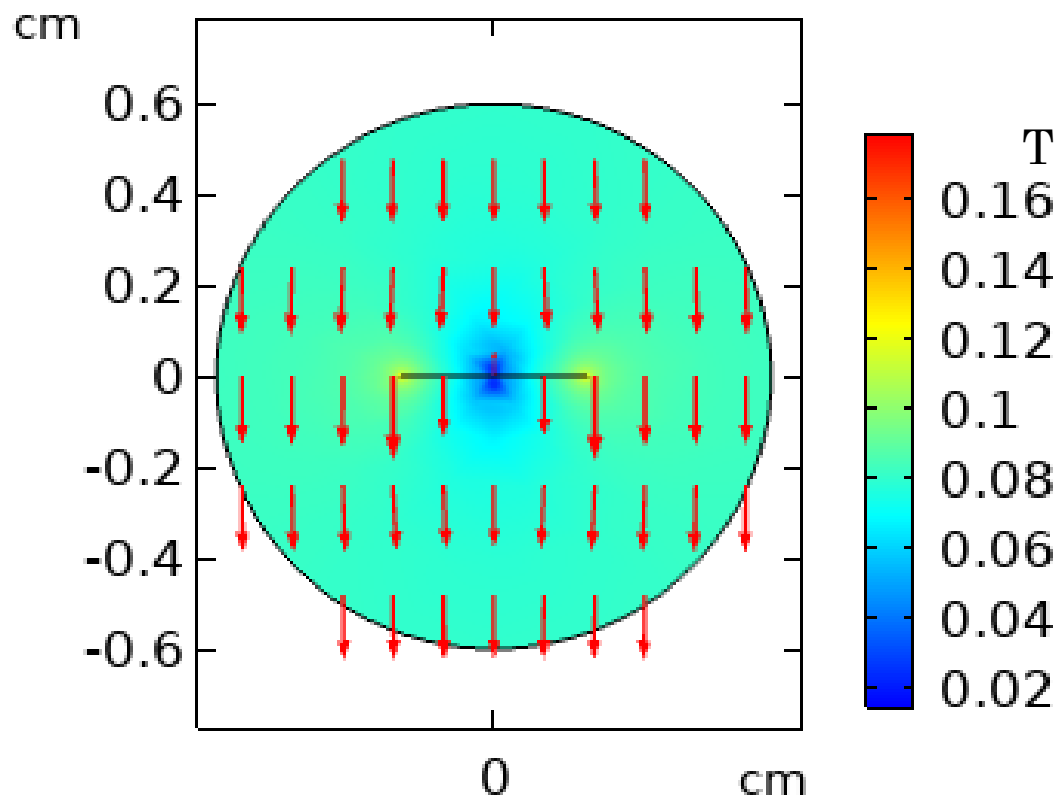
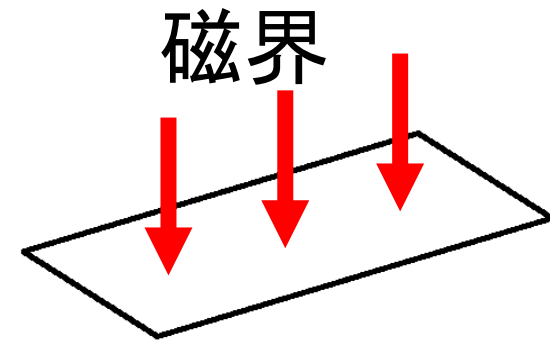


図3 垂直磁界の磁束密度分布

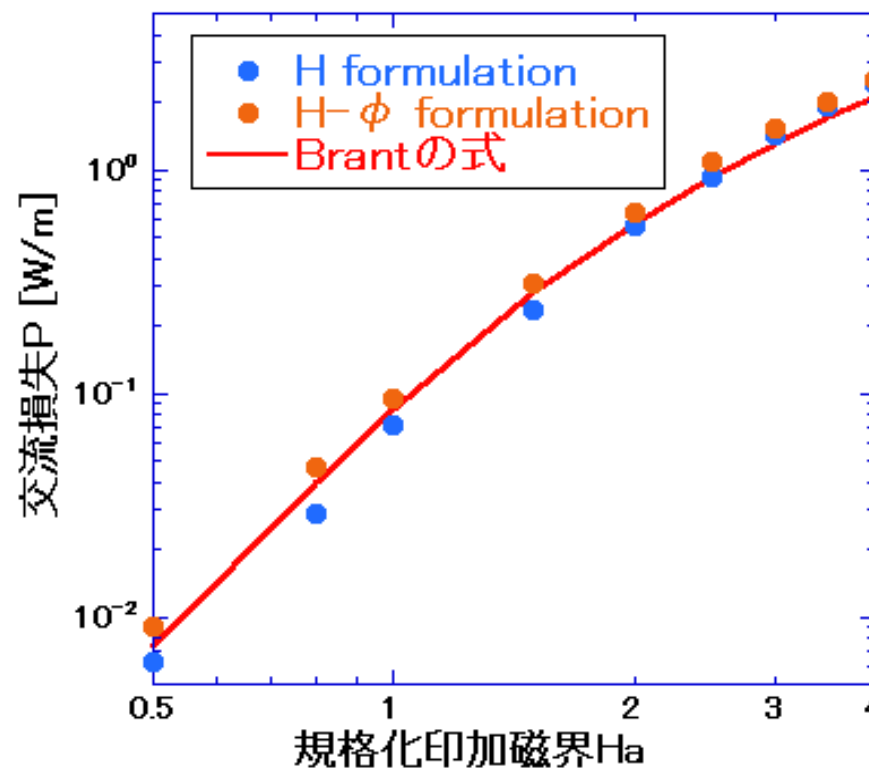


図4 垂直磁界印加時の交流損失特性

3. 結果と考察

(1) 垂直磁界を印加したときの解析結果

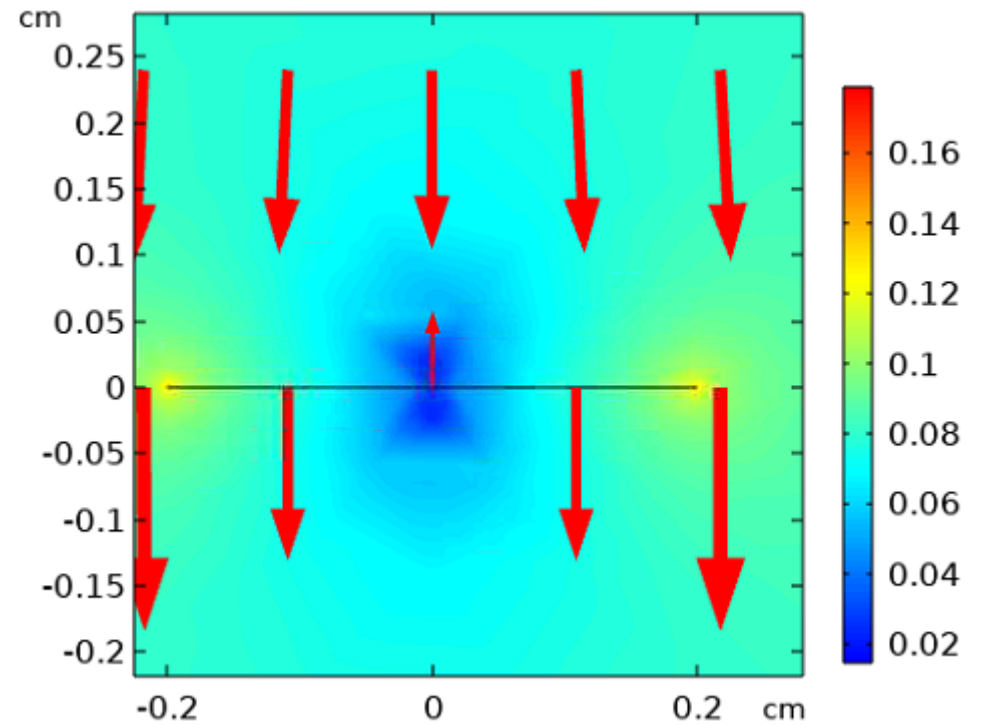
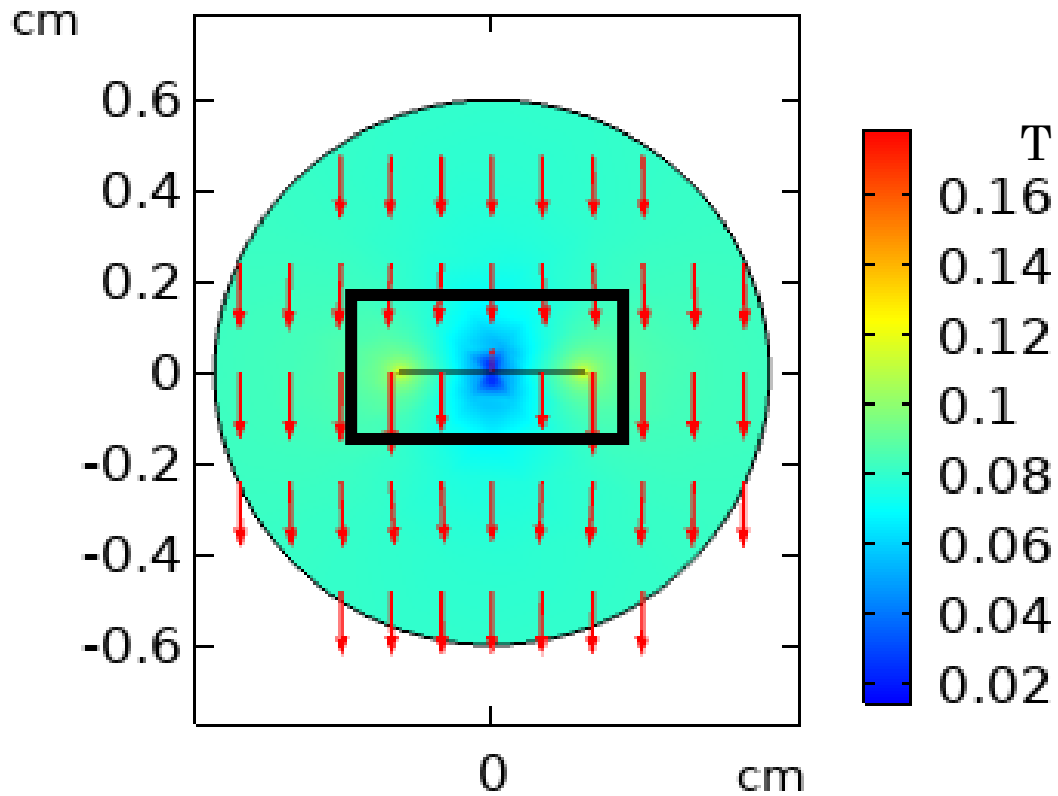
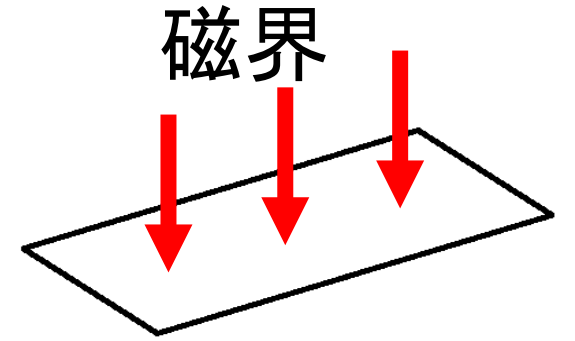


図3 垂直磁界の磁束密度分布

図a 拡大図

3. 結果と考察

(1) 垂直磁界を印加したときの解析結果

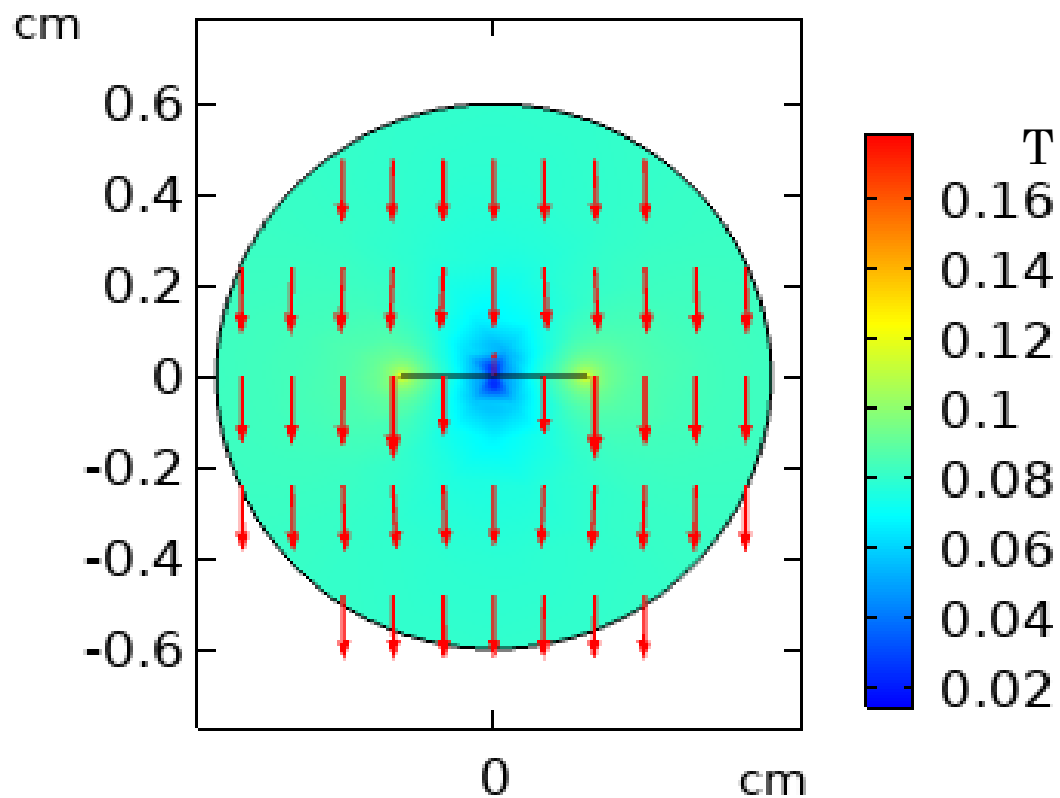
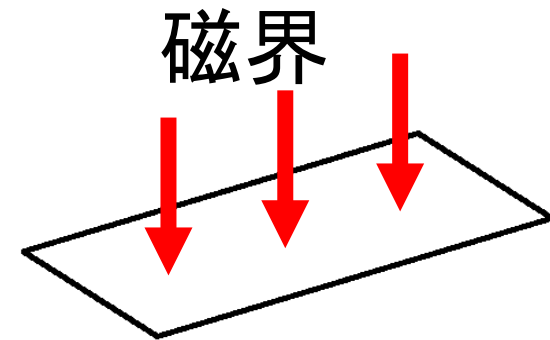


図3 垂直磁界の磁束密度分布

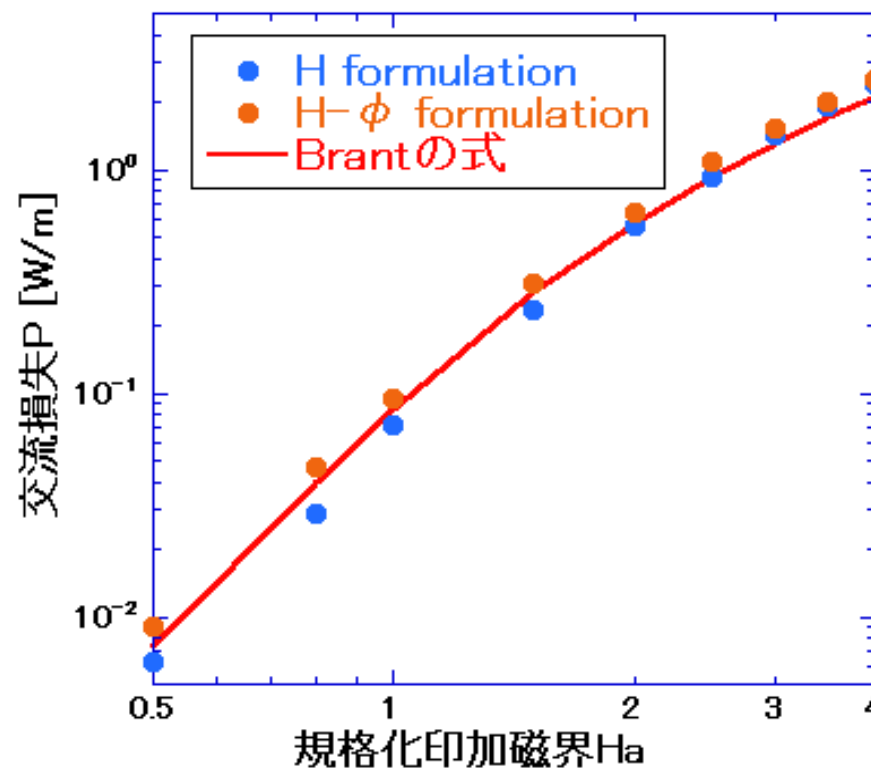
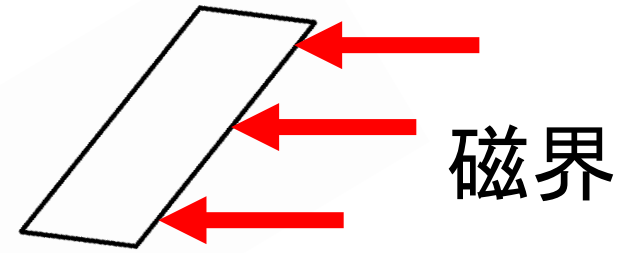


図4 垂直磁界印加時の交流損失特性

3. 結果と考察



(2) 平行磁界を印加したときの解析結果

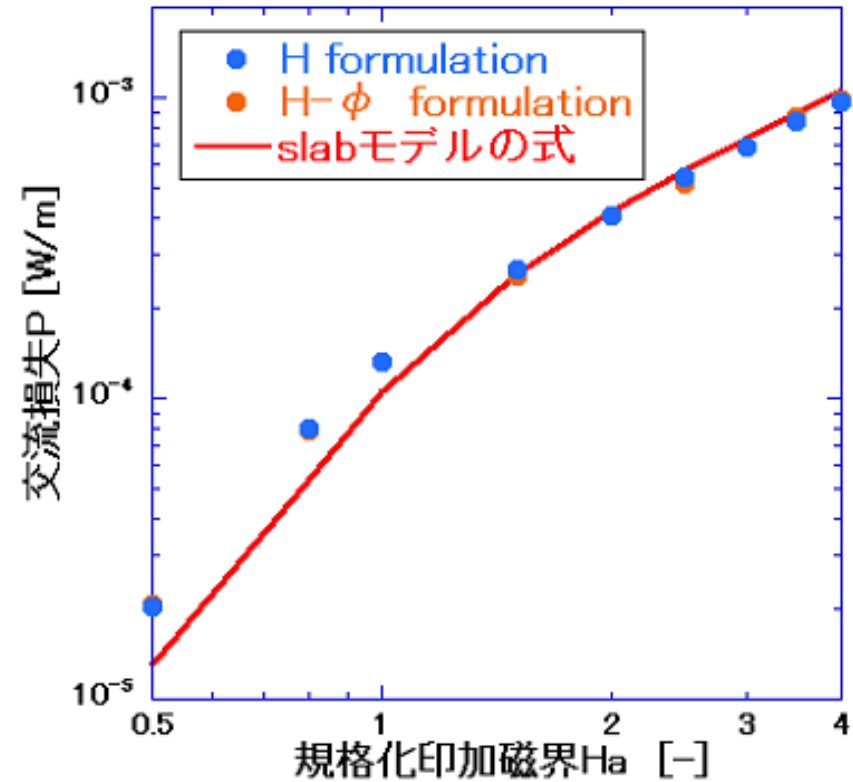
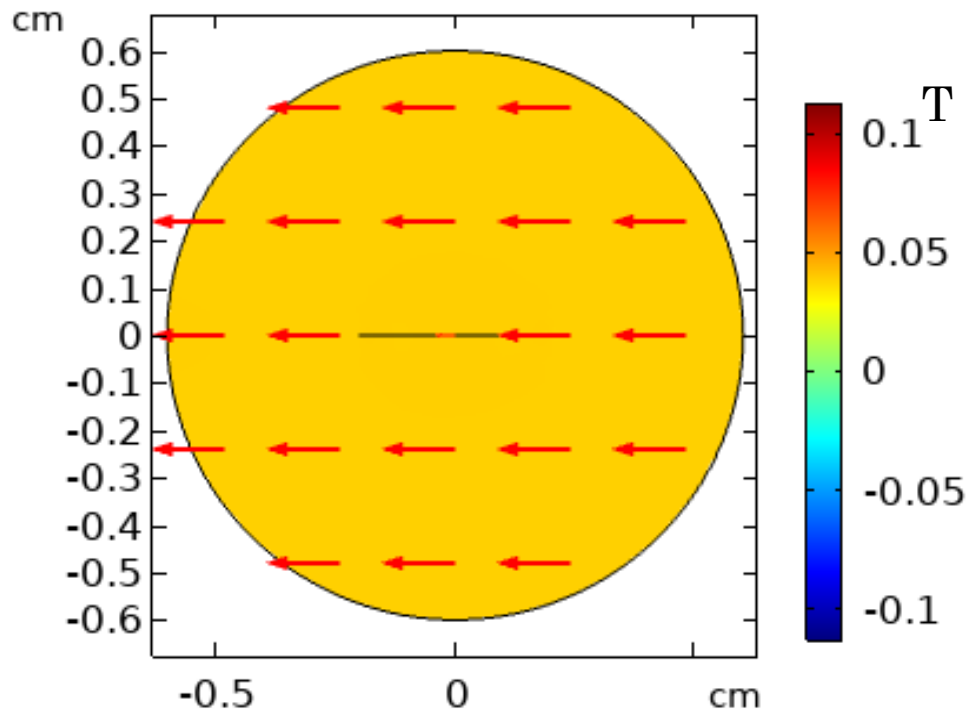
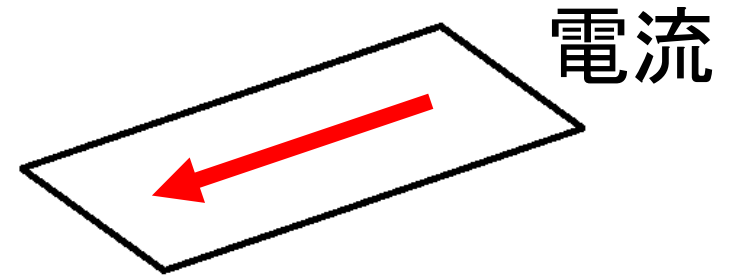


図5 平行磁界の磁束密度分布

図6 平行磁界印加時の交流損失特性

3. 結果と考察



(3) 電流を通電したときの解析結果

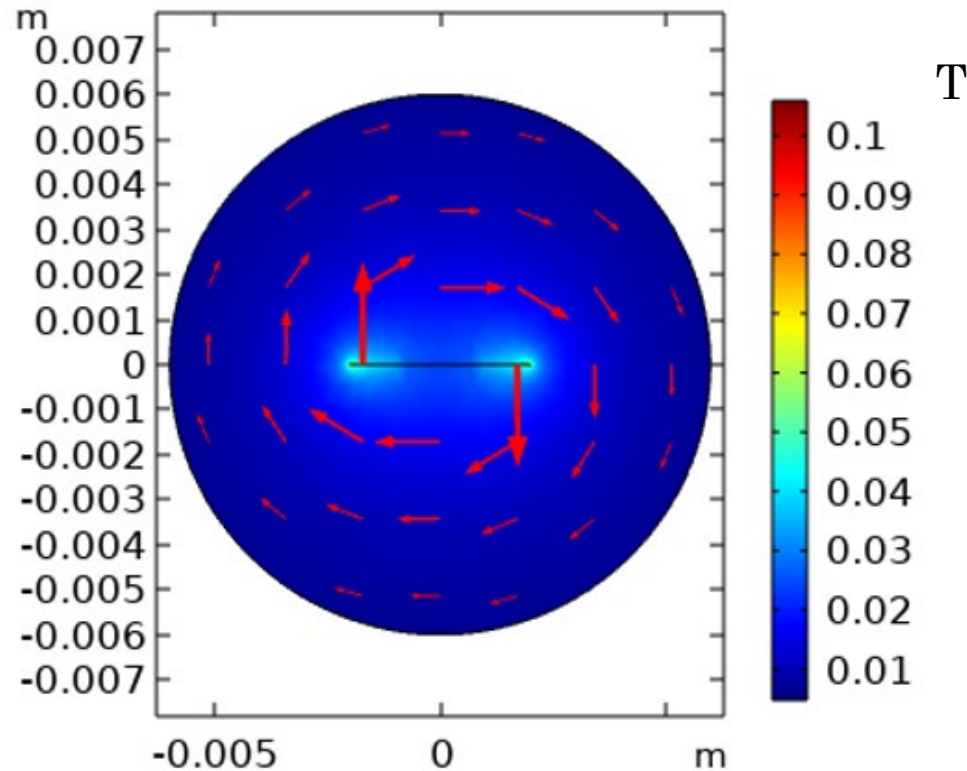


図7 H formulationによる解析結果

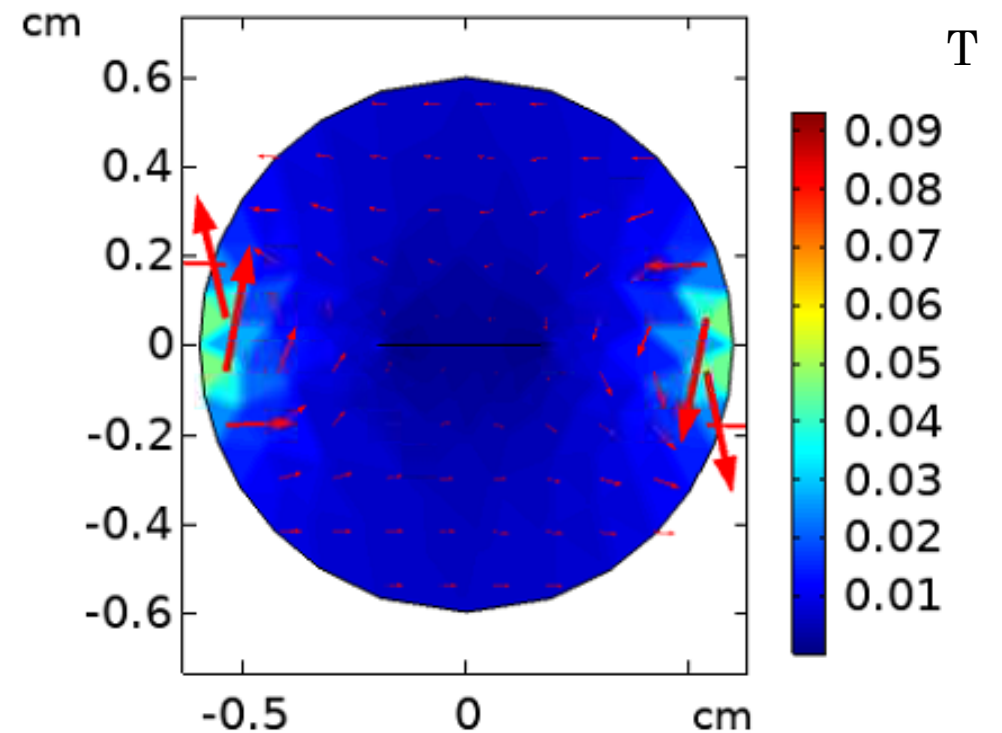
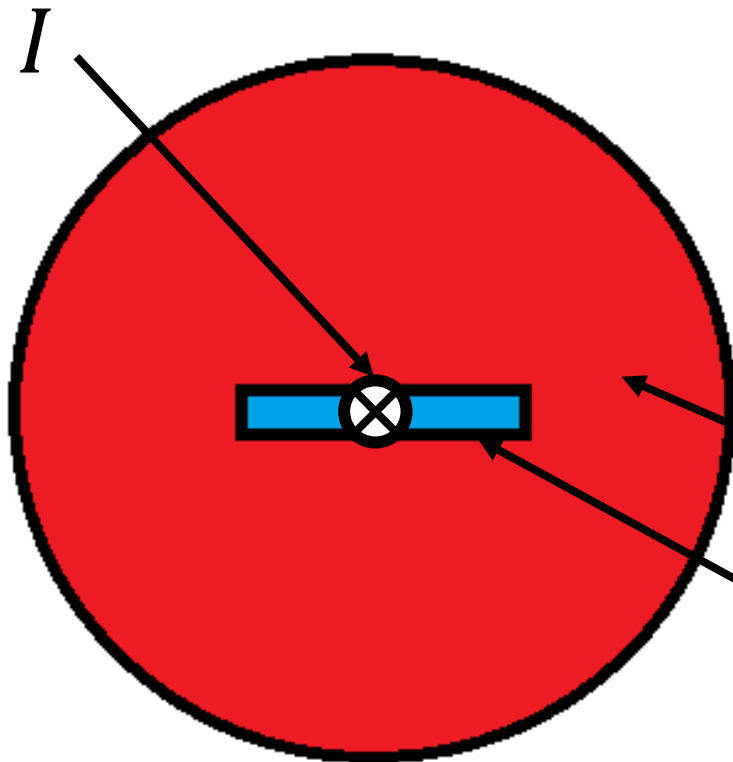


図8 $H-\varphi$ formulationによる解析結果

3. 結果と考察

(3) 電流を通電したときの交流損失特性

- 本来は超電導薄膜線材を中心に回転するような磁界が発生するが、そのモデルで表現することはできなかった。



$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (19)$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 & \text{(ガウスの法則)} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} & \text{(アンペールの法則)} \end{cases} \quad (20)$$

空気($H-\varphi$ formulation)

超電導薄膜線材(H formulation)

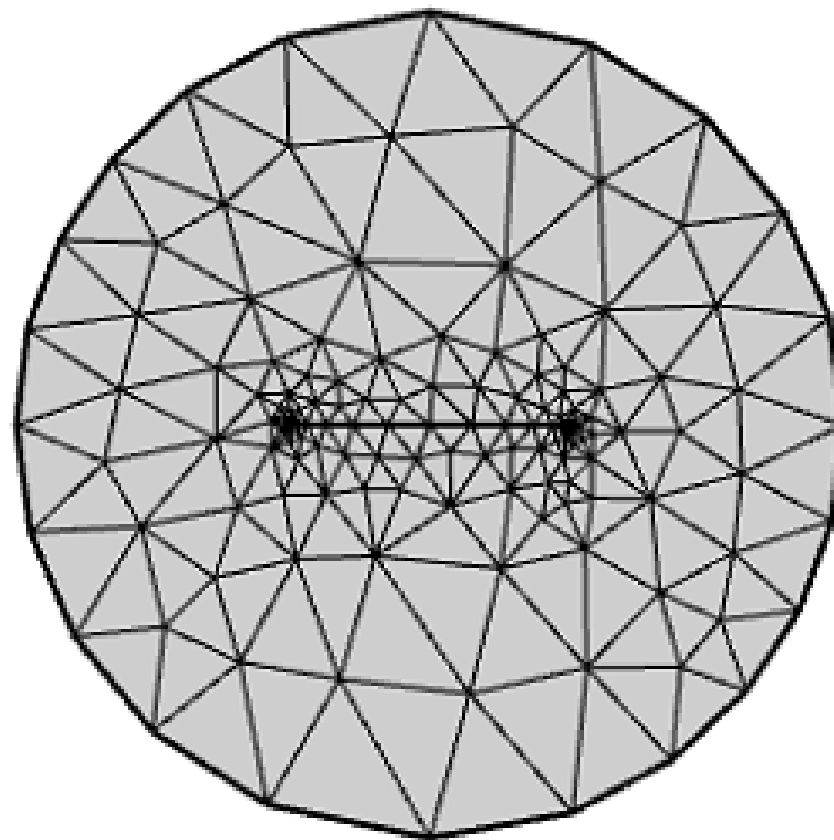
まとめ

- 垂直磁場と平行磁場を印加する場合は *H- φ formulation* を適用することができる。
- 電流を通電する場合はアンペールの法則とガウスの法則で矛盾が生じるため *H- φ formulation* が適用することができない。

ご清聴ありがとうございました

有限要素法

有限要素法とは、解析する領域やモデルを小領域に分割（メッシュ）し、その小領域ごとに計算を行い全体の解析結果を得る方法である。



日本の年間の電力損失

- 年間で1兆kWh以上の電力を発電している



5%が熱として失われる

- 500億kWh以上の電力が電線内で失われる。
具体的には冷蔵庫1億台以上を一年間稼働させられる電力

REBCO線材

○REBCO線材

- 希土類元素を含む銅酸化物超伝導体
 - 気相成長法などで作製される。
- 断面が薄い長方形となり、臨界電流密度が大きくなる。

2. 研究方法

表1 モデルパラメータ

変数名	パラメータ	説明
thick0	1e-6[m]	超電導薄膜線材の厚さ
wid0	4e-3[m]	超電導薄膜線材の幅
Ec	1e-4[V/m]	臨界電流密度
n	21[-]	超電導固有指数
Ic	200[A]	臨界電流
freq	50[Hz]	周波数
Ha	0.5~4.0の任意の値	規格化印加磁界(磁場印加)
Ia	0.1~1.0の任意の値	規格化輸送電流(電流通電)

臨界磁場

$$H_C = \frac{J_C \cdot thick0}{\pi} \quad (1)$$

$$H_C = \frac{J_C \cdot thick0}{2} \quad (2)$$

臨界電流密度

$$J_C = \frac{I_C}{wid0 \cdot thick0} \quad (3)$$

3. 結果と考察

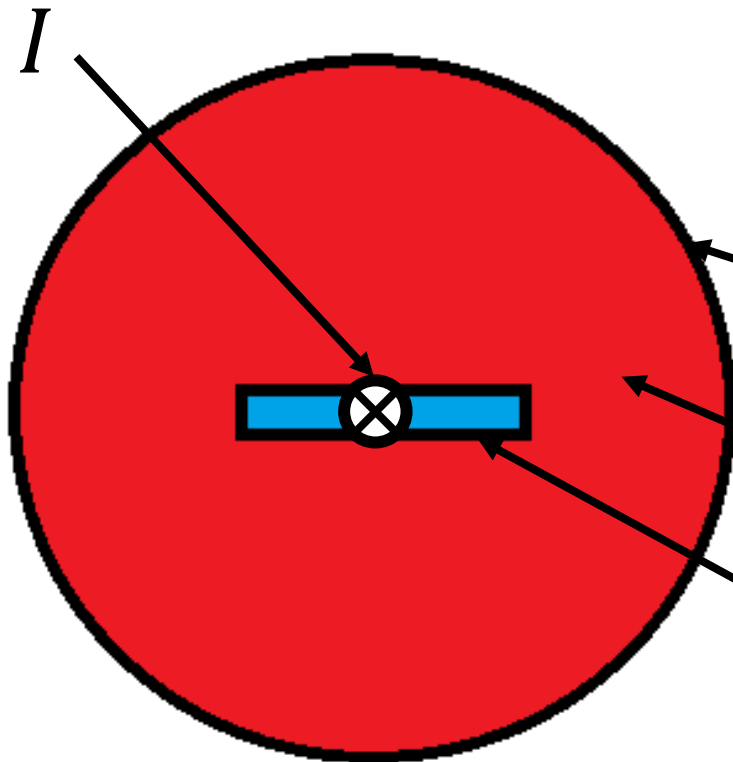
(3) 電流を通電したときの交流損失特性

- 本来は超電導薄膜線材を中心に回転するような磁界が発生するが、そのモデルで表現することはできなかった。

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \rightarrow \quad \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (18)$$

$$\left[\begin{array}{l} \oint_S \mathbf{h} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (\text{ガウスの法則}) \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\left[\begin{array}{l} \oint_S \mathbf{h} \cdot d\mathbf{S} = I \quad (\text{アンペールの法則}) \end{array} \right. \quad (20)$$



空気 (H - φ formulation)

超電導薄膜線材 (H formulation)