H-ϕ formulation による超電導薄膜線材の交流損失解析

都城高専　機械電気工学専攻　柏木涼太、野地英樹

概要： 一般的な超電導体の電磁界解析では H-formulation によって行うが、計算時間に問題がある。そのため本研究では、超電導体の交流損失を計算する方法として H-ϕ formulation を導入し、その計算結果を理論値と比較した。H-ϕ formulation では、超電導体内の電磁現象を磁場 H で計算し、空気中については磁気スカラーポテンシャル ϕ でそれぞれ計算を行うことで、高速化する。超電導薄膜線材が空気中に単独である状態で、磁界を印加した場合の 2 次元解析を行った結果、計算結果は理論値と一致することが分かった。

計算方法

超電導体内で使用する方程式

○マクスウェル方程式

$$\boldsymbol{J} = \nabla \times \boldsymbol{H}, \qquad \nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{J}) = -\frac{\delta \boldsymbol{B}}{\delta t}$$

○抵抗率の計算式（超電導固有の式）

$$\rho = \frac{E_C}{J_C}\left(\frac{J}{J_C}\right)^{n-1}$$

○交流損失の計算式

$$P = f \cdot \int_{\frac{1}{f}} dt \int_S (E \cdot J)\ \mathrm{d}S \quad [\mathrm{W/m}]$$

空気中で使用する方程式

○磁界の計算式

$$\boldsymbol{H} = -\nabla \phi$$

○ガウスの法則

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

交流損失の理論式

○垂直磁界の理論式（Brant モデル）

$$Q_B = 4 f \mu_0 \left(\frac{w}{2}\right)^2 J_C d H_a \left\{\left(\frac{2}{\alpha}\right)\ln(\cosh\alpha) - \tanh\alpha\right\}$$

$$\alpha = \frac{H_a}{H_c} \quad , \quad H_c = \frac{J_c d}{\pi}$$

○横磁界の理論式（Slab モデル）

$$Q_S = \frac{2 f \mu_0 {H_a}^2}{3} \beta d w \qquad (\beta < 1)$$

$$Q_S = f d \mu_0 J_C H_a \left(1 - \frac{2}{3}\frac{1}{\beta}\right) d w \quad (\beta > 1)$$

$$\beta = \frac{H_a}{H_c} \quad , \quad H_c = \frac{J_c d}{2}$$

計算結果

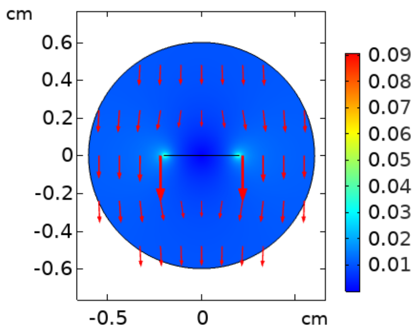

図 1　垂直磁界印加時の磁界分布

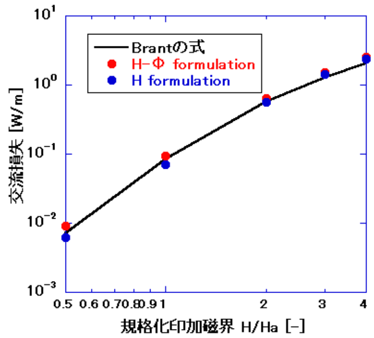

図 2　垂直磁界印加時の交流損失特性

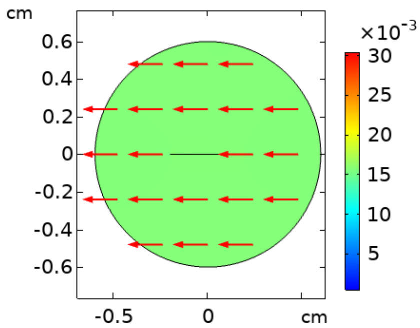

図 3　横磁界印加時の磁界分布

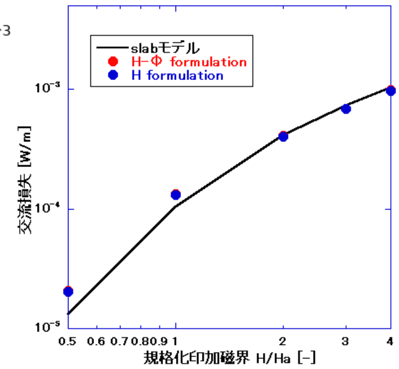

図 4　横磁界印加時の交流損失特性

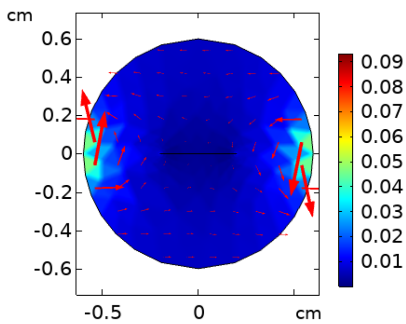

図 5　電流通電時の磁界分布
（H-ϕ formulation の場合）

計算結果に対する考察

垂直および横磁界印加時の計算値と理論値は一致した。しかしながら、図 5 に示したように、電流通電時の H-ϕ formulation では、正しい磁界分布を得ることはできず、交流損失の計算値は理論値とは一致しなかった。

まとめ： H-ϕ formulation による 2 次元電磁界解析により、磁界印加時の交流損失計算ができることを確認した。しかしながら、電流通電時においては、$\nabla \times H = J$ となるため磁界 H が保存的にはならない。H が保存的にならない場合、磁気スカラーポテンシャル ϕ を使って $H = -\nabla\phi$ と記述することはできないため、H-ϕ formulation は適用できないことが分かった。今後、別の計算方法により計算の高速化を試みる。