反証主義と双側面説

鈴木佑京

東京大学

February 6, 2007

概要

意味は使用である——では、「使用」とはなにか？

- 単側面説 vs 双側面説
- 単側面説に基づく PTS では、古典論理を正当化できない（ダメット、プラヴィッツ）
- 双側面説に基づく PTS なら、古典的を含む体系 R を正当化できる（ラムフィット）

→ Ferreira に従いつつ、これを補強する形でラムフィットの議論を批判し、体系 R を正当化する別の PTS を提案する。そのために、反証主義的双側面説という新しい PTS の枠組みを提案する。

PTS の基本的発想 (Dummett 1991, Prawitz 2006)

文の意味とはその使用である。

文の使用には、主張の＜根拠＞と＜帰結＞の二側面が存在し、自然演繹の導入則・除去則がこれを説明する。
好き勝手に導入則と除去則を決めて、それを意味に基づいて正当化できるのでは？

→導入則と除去則は、「調和」していなければならない。

PTSの基本的発想

Defnition 2.1

tonk の導入則と除去則を以下のように定義する。

$$\frac{A}{AtonkB}\,(tonkI)\quad \frac{AtonkB}{B}\,(tonkE)$$

tonkI と *tonkE* を連続適用すれば、好きな文から好きな文が出てくる。
→好き勝手に導入則と除去則を決めてよいわけではない。

PTS の基本的発想

- 導入則は文の意味を定めるので、自己正当化的である。
- 除去則は、導入則と調和していることによって正当化される。

調和とはなにか？→局所的ピークを簡約できること。

$$\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}\Pi_0 \\ A\end{matrix} \qquad \begin{matrix}\Pi_1 \\ B\end{matrix}}{A \wedge B}}{\begin{matrix}A \\ \Pi_2\end{matrix}} \quad \rightsquigarrow \quad \begin{matrix}\Pi_0 \\ A \\ \Pi_2\end{matrix}$$

直観主義論理の導入則と除去則は調和しているので、意味に基づき正当化できるが、古典論理の否定の規則は調和していないので、認められない（ダメット、プラヴィッツ）。

双側面説 (Rumfitt 2000)

ラムフィットによれば、主張だけでなく否認も意味の決定に関係すると考えれば、古典論理を含む体系 R を PTS で正当化できる（双側面説）。

双側面説的 PTS では、否認に関する規則も必要になるので、論理規則は二倍に増える。

体系 R

Defnition 3.1

通常の論理式の前に +,– の符号をつけたものを**二符号付きの式**と呼ぶ。

体系 R は二種類の規則をもつ。

- 論理規則——主張と否認の根拠と帰結を説明する。
- 協調規則——主張と否認の一般的関係を記述する。

体系 R

Defnition 3.2

以下を、体系 R の論理規則とする。C は符号付きの式の図式文字。

$$\frac{+A \qquad +B}{+A \wedge B}\,(+\wedge I) \quad \frac{+A \wedge B}{+A}\,(+\wedge E0) \quad \frac{+A \wedge B}{+B}\,(+\wedge E1)$$

$$\frac{-A}{-A \wedge B}\,(-\wedge I0) \quad \frac{-B}{-A \wedge B}\,(-\wedge I1) \quad \frac{-A \wedge B \qquad \begin{matrix}[-A]\\ \cdots \\ C\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[-B]\\ \cdots \\ C\end{matrix}}{C}\,(-\wedge E)$$

$$\frac{+A}{+A \vee B}\,(+\vee I0) \quad \frac{+B}{+A \vee B}\,(+\vee I1) \quad \frac{+A \vee B \qquad \begin{matrix}[+A]\\ \cdots \\ C\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[+B]\\ \cdots \\ C\end{matrix}}{C}\,(+\vee E)$$

$$\frac{-A \qquad -B}{-A \vee B}\,(-\vee I) \quad \frac{-A \vee B}{-A}\,(-\vee E0) \quad \frac{-A \vee B}{-B}\,(-\vee E1)$$

$$\frac{\begin{matrix}[+A]\\ \cdots \\ +B\end{matrix}}{+A \to B}\,(+\to I) \quad \frac{+A \to B \qquad +A}{+B}\,(+\to E) \quad \frac{+A \qquad -B}{-A \to B}\,(-\to I) \quad \frac{-A \to B}{+A}\,(-\to E0)$$

$$\frac{-A \to B}{-B}\,(-\to E1)$$

$$\frac{-A}{+\neg A}\,(+\neg I) \quad \frac{+\neg A}{-A}\,(+\neg E) \quad \frac{+A}{-\neg A}\,(-\neg I) \quad \frac{-\neg A}{+A}\,(-\neg E)$$

体系 R

Defnition 3.3

以下の二つを、体系 R の協調規則とする。

$$\frac{+A \qquad -A}{\bot}\ (\text{無矛盾則}) \qquad \begin{array}{c}[C] \\ \vdots \\ \dfrac{\bot}{C^*}\ (\text{帰謬法})\end{array}$$

Defnition 3.4

体系 R の論理規則と体系 R の協調規則によって定義される、符号付きの式に対する自然演繹の体系を、体系 R と呼ぶ。

体系 R

Theorem 3.1

命題論理の式から符号付きの式への翻訳 d を次のように定義する。
$d(A) \equiv +A$、$d(\bot) \equiv \bot$。さらに、古典命題論理の式の集合 Γ に対して、$d(\Gamma) = \{d(A) | A \in \Gamma\}$ とする。すると、任意の命題論理の式集合 Γ と、任意の命題論理の式 A について、次が成り立つ。

NK において、Γ から A に至る証明が存在する $\Leftrightarrow$ 体系 R で、$d(\Gamma)$ から $d(A)$ に至る証明が存在する

体系 R は古典論理を内に含んでいるので、体系 R を正当化すれば、古典論理を正当化できる。

体系 R の正当化

体系 R を PTS にもとづいてどう正当化できるか?

論理規則の場合は単側面説と同様。

- +の導入則と+の除去則は調和している。
- -の導入則と-の除去則も調和している。
- 従って、単側面説の時と同様、導入則から除去則を正当化できるはずである。

体系 R の正当化

協調規則はどうか？

- 協調規則は、主張と否認の一般的関係を記述する。vs
- だが、その文が主張と否認においてどう使われるかは、個々の文の意味によってすでに定まっている。

協調規則は、個々の文の意味（複合文の場合、論理規則）に基づいて正当化されねばならない。

体系 R の正当化

無矛盾則は、原子文のケースを前提に、論理規則から正当化できる。

Theorem 3.2

適用できる式を原子式に限った無矛盾則を、原子無矛盾則と呼ぶ。
体系 R から無矛盾則と帰謬法を抜き、原子無矛盾則を入れた体系を、体系 R-と呼ぶ。このとき、任意の符号付きの式の集合 Γ と、任意の符号付きの式 C について、

Γ から C に至る R の証明が存在する $\Leftrightarrow$ Γ から C に至る R-の証明が存在する

原子文の意味が無矛盾則を満たすように定まっているのなら、そこから論理規則によって決定される複合文の意味も、無矛盾則を満たす。（ラムフィットが言及している正当化はここまで）。

体系 R の正当化

帰謬法はどう正当化するか？ラムフィットは何も言っていない。

我々は、Ferreira の批判を補強し、不可能であると主張する。

- 無矛盾則と同じ協調規則として正当化できるか？
  →論理規則は帰謬法を保存しないので、ダメ (Ferreira 2008)。個別的な意味と衝突する。

- 導入則のようにも見えるので、論理規則と同様に考えられないか？
  →これもダメ。

体系 R の正当化

自己正当化的・意味付与的規則か、調和から正当化される規則か？

- 循環的なので、自己正当化的、意味付与的とはみなせない
- 当の帰謬法を使わないと局所的ピークが簡約できないので、調和によって正当化もできない

$$
\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}[+A\wedge B]\\ \cdots\\ \bot\end{matrix}}{-A\wedge B}\qquad\begin{matrix}-A\\ \cdots\\ C\end{matrix}\qquad\begin{matrix}-B\\ \cdots\\ C\end{matrix}}{C}
\quad\rightsquigarrow\quad
\begin{matrix}
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}[-A]\\ \cdots\\ C\end{matrix}\qquad [C^*]}{\bot}}{+A}\qquad\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}[-B]\\ \cdots\\ C\end{matrix}\qquad [C^*]}{\bot}}{+B}}{+A\wedge B}\\
\cdots\\
\dfrac{\bot}{C}
\end{matrix}
$$

→消えてない！

体系 R の正当化

従って、帰謬法は、

- 協調規則として原子文の意味と論理規則から正当化もできないし、
- 論理規則のように複合文の意味と調和から正当化することもできない。

よって、双側面説と体系 R に基づく限り、帰謬法を意味から正当化することはできない。

反証主義

体系 R を含む体系 E を、双側面説に加えて、反証主義という前提を取って正当化する。

そのために、批判という新しい言語行為を導入する。

批判——ある言語行為の不当性を告発する言語行為
ex.)「佑京くん、君がかつて「D 更地に 2015 年以降ビルが立つことは未来永劫ない」といったのは間違いだったじゃないか」

反証主義

反証主義とは、主張や否認そのものではなく、主張や否認を批判する行為が、文の意味を決定するという考え方。(cf. Dummet 1974)

主張や否認の使い方は、「批判が不可能であるときに使用可能なもの」として、裏側から定める。

- 検証主義的単側面説——主張が意味を決定する
- 反証主義的単側面説——主張の批判が意味を決定する
- 検証主義的双側面説——主張と否認が意味を決定する
- 反証主義的双側面説——主張と否認の批判が意味を決定する

反証主義的双側面説を取れば、体系 R を含む体系 E を正当化できる。（ただし我々は、反証主義的双側面説それ自体にはコミットしない。）

体系 E

Defnition 4.1

1) 通常の論理式の前に +,−,!,? の符号をつけたものを**四符号付きの式**と呼ぶ。
2) 四符号付きの式であって二符号付きの式でないものを批判式と呼ぶ。

$!A$ は $+A$ の批判、$?A$ は $-A$ の批判を表す。

反証主義的双側面説に基づき、体系 R を含む体系 E を正当化する。体系 E は、次の四種の規則を持つ。

- 論理規則——複合文の批判の＜根拠＞と＜帰結＞を定める
- 批判反転規則——主張と否認の使い方を裏側から定める
- 協調規則——主張と否認の二極性の一般的関係を記述する
- 爆発則——矛盾と批判の関係を記述する

体系 E

Defnition 4.2

体系 R の論理規則をもとに、$+$ を ? に、$-$ を ! に変え、二符号付きの式に対する図式文字を四符号付きの式の図式文字として読み替えたものを、体系 E の論理規則と呼ぶ。

Defnition 4.3

次の二つを、体系 E の批判反転規則と呼ぶ。

$$\dfrac{\begin{matrix}[!A]\\ \cdots \\ \bot\end{matrix}}{+A}\,(+I) \qquad \dfrac{+A \qquad !A}{\bot}\,(+E) \qquad \dfrac{\begin{matrix}[?A]\\ \cdots \\ \bot\end{matrix}}{-A}\,(-I) \qquad \dfrac{-A \qquad ?A}{\bot}\,(-E)$$

体系 E

Defnition 4.4

次の二つを、体系 E の協調規則と呼ぶ。

$$\frac{+A \qquad -A}{\perp}\ (\text{無矛盾則}) \quad \frac{!A \qquad ?A}{\perp}\ (\text{ギャップ排除則})$$

Defnition 4.5

次を爆発則と呼ぶ。（ただし、H は、批判式に対する図式文字である）。

$$\frac{\perp}{H}\ (\text{爆発則})$$

Defnition 4.6

体系 E の論理規則、体系 E の批判反転規則、体系 E の協調規則、爆発則によって定義される自然演繹の体系を、体系 E と呼ぶ。

体系 E

Theorem 4.1

任意の二符号付きの式の集合 Γ と、任意の二符号付きの式 A について、次が成り立つ。

体系 R において、Γ から A に至る証明が存在する $\Leftrightarrow$ 体系 E で、Γ から A に至る証明が存在する

体系 E は古典論理と体系 R を含む。

体系 E

Proof.

左から右: 結論の符号が + となる帰謬法は次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{array}{c}[-A]\\ \Pi \\ \bot\end{array}}{+A}\,(\text{帰謬法}) \gg \dfrac{\begin{array}{c}\dfrac{\dfrac{[!A]_0 \qquad [?A]_1}{\bot}\,(\text{ギャップ排除})}{-A}\,(-I,1)\\ \Pi \\ \bot\end{array}}{+A}\,(+I,0)$$

□

体系 E の正当化

体系 E はどのように正当化されるか？

- 論理規則
  - 導入則は意味付与的で自己正当化的である。
  - 除去則は導入則との調和で正当化される。
- 批判反転規則
  - $(+I)(-I)$ は、主張・否認という行為のあり方を約定しており、自己正当化的である。
  - $(+E)(-E)$ は、$(+I)(-I)$ との調和によって正当化される。
- 爆発則
  - 爆発則は導入則の一種であると考える（除去則との調和は保たれている）
  - 故に意味付与的・自己正当化的である。

体系 E の正当化

- 協調規則
  - 体系 R における無矛盾則と同様に、原子文の意味と論理規則から正当化できる。

Theorem 4.2

適用範囲を原子式に絞った無矛盾則・ギャップ排除則のことを、原子無矛盾則・原子ギャップ排除則と呼ぶ。体系 E から無矛盾則・ギャップ排除則を抜き、原子無矛盾則・原子ギャップ排除則を加えた体系を、体系 E-と呼ぶ。
このとき、任意の四符号付きの式の集合 Γ と、任意の四符号付きの式 C について、

Γ から C に至る E の証明が存在する $\Leftrightarrow$ Γ から C に至る $E-$ の証明が存在する

つまり、原子文の意味が協調規則を満たせば、論理規則によって、複合文の意味も協調規則を満たすことが保証される。

結論としては、

- ラムフィットの、検証主義的双側面説の PTS のもとでは、
  - 体系 R の論理規則と、無矛盾則を正当化することはできるが、
  - 体系 R の帰謬法を正当化できない。
- 我々の、反証主義的双側面説の PTS では、
  - 体系 R を含む体系 E を正当化することができる。

→なぜこのような結果になったのか？

体系 R の顕著な特徴は、**スイッチとしての否定**と、**間接推論**である。

スイッチとしての否定とは、

- $\neg A$ の主張が A の否認と同値になるように
- $\neg A$ の否認が A の主張と同値になるように

働く否定のことを言う。
スイッチとしての否定が可能だと、二重否定除去ができる。

双側面説を取れば、主張と否認の両面から文の意味を定めることができるので、スイッチとしての否定を簡単に実現できる。

間接推論とは、ある文の主張や否認を、その文を使った別の言語行為から矛盾を導くことによって、間接的に推論することを指す。
ex.) 帰謬法、批判反転規則

間接推論は、検証主義と相性が悪い。なぜなら、検証主義においては、主張や否認は文の意味によって支配されている。そのため、

- 間接推論の一般的な可能性
- 個々の文の意味が定める主張や否認のあり方

の間に衝突の可能性が生まれるからである。

逆に、反証主義を取れば、主張や否認はむしろ間接推論の可能であるような言語行為として導入される（批判反転規則を参照）。

ラムフィットは、双側面説をとってスイッチとしての否定を実現したが、間接推論と相性の悪い検証主義を取ったため、帰謬法を正当化できなかった。

我々は、双側面説をとってスイッチとしての否定を実現しつつ、反証主義をとって間接推論も同時に実現した。そのため、体系 R を含む体系 E を正当化出来た。

参考文献

- Dummett, M. 1991, Logical Basis of Metaphysics, Harvard.
- Dummett, M. 1974, "What is a theory of meaning?(II)", in *Truth and Meaning* (eds. Evans, G. nd McDowell, J.): 67-137.
- Ferreira, F. 2008, "The Co-ordination Principles: A Problem for Bilateralism", Mind, 117(468): 1051-57
- Prawitz, D. 2006, "Meaning approached via proofs", *Synthese*, 148(3): 507-524.
- Rumfitt, I. 2000, "'Yes' and 'No'", Mind, 109(436): 781-823.