論理の存在論的コミットメント——反実在論的観点から

鈴木佑京

某社

March 12, 2017

概要

分析哲学（分析形而上学）のデファクトスタンダード……

- 言語現象のモデル化のために一階述語論理を使用
- 存在論的コミットメントの基準としてクワイン型基準を採用

このデファクトスタンダードに対するオルタナティブ（構成的型理論+型理論的コミットメント）を提案する。

概要

セールスポイントその1……
クワイン型コミットメントは、

- 言語現象をモデル化する言語（モデリング言語）として特定の形式言語を選び
- 自然言語の言語の「存在」や「真理」といった概念を形式化する

という戦略に基づく（「クワイン型戦略」)。
今回の提案は、クワイン型戦略を保ったまま、形式言語として別のもの（構成的型理論）を採用することで導かれる（クワイン型基準との連続性)。

概要

セールスポイントその２……
構成的型理論による言語現象のモデル化は、

- 直観主義的な存在概念
- 反実在論的真理観
- BHK 解釈
- 型と命題の同一視

といった哲学的的アイデアを具体化したものである。よって、こうしたアイデアに説得力があるならば、構成的型理論に基づく基準も説得力を持つ。

存在論的コミットメントの問題とは何か？

Q、そもそも存在論的コミットメントの問題とはなんだろうか？

A、自然言語の概念の明確化の問題である。

直観的な存在論的コミットメント

（文の）存在論的コミットメントの概念は、次のように直観的に理解される。

Defnition 2.1 (直観的な存在論的コミットメント)

A が B なる存在者にコミットする $\Leftrightarrow$ A が真であることから、B なるものが存在することが帰結する。

(本発表では文の存在論的コミットメントを扱うが、理論のコミットメントには容易に拡張可能)

存在論的コミットメント概念の曖昧性

直観的存在論的コミットメントは、自然言語の概念によって説明されており、以下の３つの点で曖昧である。

- A が真であることとはどういうことか？(真理概念)
- B なるものが存在するとはどういうことか？(存在概念)
- 真理から存在が帰結するとはどういうことか？(帰結概念)

存在論的コミットメントの問題

Defnition 2.2 (存在論的コミットメントの問題)

存在論的コミットメントの問題とは、自然言語の真理概念・存在概念・帰結概念を明確化することで、直観的な存在論的コミットメントの曖昧性を解消し、より使いやすいコミットメント概念を手に入れるという課題である。

本発表においては、以上の定式化の妥当性を問うことはしない。

存在論的コミットメントの問題

以下の点に注意が必要である。

- 「概念の明確化」がどのような手段によるかは問わない。それは別の概念による分析・解明であっても、概念の振る舞いについてのなんらかの観察であっても、あるいは公理化であってもよい。
- 概念の明確化の成功の基準は単純に述べられるものではないが、「元の概念との連続性」「明確性」「コミットメントの決定しやすさ」は問われる。
- 自然言語の概念の曖昧性を解消する可能性が複数あるとすれば、この問題への答えは一つではない。

クワイニアンとは何者か

存在論的コミットメントの問題に対するクワイン的な取り組み方と答えを再構成してみよう。

メタ存在論におけるクワイニアンとは、ある言語のクラスに対する存在論的コミットメントの問題にクワイン的戦略を採用して取り組み、その戦略をクワイン的に実行する人のこと。

クワイン的戦略

真理・存在・帰結概念は論理学において形式的分析（形式言語によるモデル化）に散々さらされてきた。

クワイニアンは、存在論的コミットメントの問題もまた、形式的分析の問題として解こうとする。

Defnition 3.1 (クワイン的戦略)

1. あるモデリング言語を特定する。
2. そのモデリング言語によって真理・存在・帰結の概念を形式化し、モデリング言語について存在論的コミットメントの問題を解く。
3. 他の言語はモデリング言語へパラフレーズする

モデリング言語を特定する

モデリング言語とは……

何らかの言語現象を、その言語を使ってモデル化することで分析するための言語。

モデルとして有用であるため、意味論・統語論・証明論が整備された（論理的振る舞いを理解されている）形式言語であることが望ましい。

今回の場合は、存在論的コミットメント（真理、存在、帰結）の概念をモデル化するための言語が必要。

モデリング言語に対する存在論的コミットメントの問題を解く

モデリング言語とその意味論や証明論を使って、(モデリング言語の）真理概念・存在概念・帰結概念がどのようにモデル化（形式化）されるのかを特定することで、真理・存在・帰結の概念を明確化する。

他の言語はモデリング言語へパラフレーズする

モデリング言語とその意味論や証明論の中で真理・存在・帰結といった概念を再構成するので、他の言語には直接適用できない。

モデリング言語以外の言語については、モデリング言語へパラフレーズすることで対応する。

クワイン的戦略の抽象性

クワイン的戦略を取る際、次の２点において選択の余地がある。

- どのモデリング言語を選ぶかに選択の余地がある
- モデリング言語を使って真理・存在・帰結の概念がどのようにモデル化されるべきかという点に選択の余地がある

クワイン的戦略のクワイン的な実行

クワイン的戦略のクワイン的な実行の仕方とは、以上 2 点において次のような選択を取ることである。

まず、モデリング言語としては一階述語論理を採用する。

クワイン的戦略のクワイン的な実行

真理・存在・帰結を次のように形式化する。

- 真理概念……引用解除的真理述語
- 存在概念……存在量化子
- 帰結概念……一階論理の形式的導出可能性

結果

以上の結果として次のように存在論的コミットメントが明確化される。

Defnition 3.2 (クワイン的存在論的コミットメント/証明論バージョン)

A が B なる存在者にコミットする $\Leftrightarrow$ A から、$\exists x B(x)$ が、一階論理で形式的に導出できる。

構成的型理論

構成的型理論とは、マルティンレーフによって案出・展開された一階論理とは異なるモデリング言語・論理体系。

以下、構成的型理論の背後にある哲学的アイデアと、特徴を、駆け足で確認する。

構成的型理論の背後にある哲学的アイデア

構成的型理論は以下のような哲学的アイデアに基いて設計されている。

- 直観主義的存在観
- BHK 解釈
- 反実在論的真理観
- 型と命題の同一視
- 命題と判断の区別

直観主義的存在観

直観主義的伝統においては、「A なるものが存在する」という判断ないし命題は、「a は A なるものである」という判断ないし命題から a を隠蔽・省略したものであると捉える [Sundholm 1994]。

BHK 解釈（反実在論的意味論）

反実在論的意味論は、文の意味（命題）を、証明条件と同一視する。

特に直観主義的傾向のある反実在論者は、BHK 解釈をモデルとして複合文の意味を説明する。

- $A \wedge B$ の証明は、A の証明と B の証明の対である。
- $A \to B$ の証明は、A の証明から B の証明への関数である。
- $\exists x \in A(B(x))$ の証明は、$a \in A$ と $B(a)$ の対である（直観主義的存在観）。

反実在論的真理観

反実在論においては、命題の真理は、(大雑把には) 証明の存在として説明される [Sundholm 1994][Prawitz 2012][Martin-löf 1998]。

型と命題の同一視

適切な論理体系と型つきラムダ計算の間には以下のようなカリーハワード同型対応が存在する。

- 関数や値　と　証明
- 型　と　命題
- 計算　と　証明の正規化

例：「A から B への関数 f」は、「$A \to B$ の証明 f」と対応する。

マルティンレーフはこの対応に基づき、命題と型は「同じ一つの概念」だと主張する。[Martin-löf 1984]

命題と判断の区別

命題と、命題を内容とする判断（etc. 命題が真であるという判断）は、区別されねばならない (フレーゲ)。

構成的型理論の特徴

以上の哲学的アイデアがどのように反映されているかを確認しつつ、構成的型理論（多相型バージョン）の特徴を確認していく。

構成的型理論の言語

構成的型理論の言語においては、判断、判断のシーケント（仮説的判断）、判断の一部として登場する命題が区別される（命題と判断の区別）。

推論の単位はシーケント $\Gamma \vdash J$ である。

主要な判断形式

主要ないくつかの判断形式と、対応する自然言語の判断:

- $a \in A$……対象 a は型 A に属する/証明 a は命題 A を示す
- A *exists*……型 A の対象が存在する/命題 A の証明が存在する

型と対象に関わる集合論的な判断と、証明と命題に関わる論理的な判断が統合されている。両者は同じ判断を違う仕方で捉えているだけ (型と命題の同一視)。

主要な型形式

主要ないくつかの型形式:

- $A \wedge B$……型 A と型 B のデカルト積/命題 A と命題 B の連言
- $A \to B$……型 A から型 B への関数/命題 A から命題 B への含意
- $\exists x \in A(B(x))$……型 A の対象 x と型 $B(x)$ の対象の組の型/B なる A が存在するという命題

型と命題が同一視されている。
さらに証明条件は BHK 解釈にもとづいている。

導出の例

$$\frac{\Gamma \vdash a \in A \qquad \Delta \vdash b \in B}{\Gamma, \Delta \vdash \langle a, b \rangle \in A \wedge B}$$

上は、
「a が A に属する」「b が B に属する」「よって $\langle a, b \rangle$ が A と B のデカルト積に属する」と読んでも、
「a が A を示す」「b が B を示す」「よって $\langle a, b \rangle$ が A かつ B を示す」と読んでも、どちらでもよい。

反実在論的意味論

構成的型理論は、次のような形式の反実在論的意味論によって解釈される。

- 命題＝型の意味を、その証明 (proof) ＝要素によって説明する。
- 判断の意味を、その判断を明証的（evident）にする方法によって説明する。

細部は [Martin-löf 1984] を参照。

型理論における真理

型理論において命題の真理は、*A true* という判断としてモデル化される。

これは *A exists* を論理的な読みを想定して別の仕方で書き直したものである。

型理論における真理

A *exists* という判断は $a \in A$ の a を隠した (supress) ものであり、以下のルールで意味を説明される (ということにしておく。大雑把には正しいはずだが、本当は問題はやや複雑) [Martin-löf 1984][Marin-löf 1994][Sundholm]。

$$\frac{\Gamma \vdash a \in A}{\Gamma \vdash A \ exists} \ \text{(Right Supression)}$$

$$\frac{x \in A, \Gamma \vdash J}{A \ exists, \Gamma \vdash J} \ \text{(Left Supression)} \quad \text{ただし } x \notin FV(J)$$

真理概念・存在概念を以上のようにモデル化するのは、直観主義的存在観・反実在論的真理観から正当化される。

クワイン的戦略を別の仕方でたどる

クワイン的戦略を型理論をモデリング言語として辿ってみよう。

型理論における真理

文 A の真理は型理論においてどのようにモデル化されるか？
→判断 $A\ \mathit{true}$。

この分析は、直観主義的存在観と反実在論的真理観に動機づけられていることに注意せよ。

型理論における存在

存在概念は型理論においてどのようにモデル化されるか？
→判断 A *exists*、もしくは判断 $\exists x \in A(B(x))$*true*。

- 型理論は自然言語の存在概念を、「型の対象の存在」を言う判断レベルの存在概念と、「ある型のある性質を満たす対象の存在」を言う命題レベルの存在概念の二種類をごっちゃにしたものとして分析する。
- この分析は直観主義的存在観 (supression としての存在）に動機づけられていることに注意せよ。

型理論における帰結

帰結は型理論においてどのようにモデル化されるか？
→推論規則集合 R のもとでの $\Gamma \vdash J$ の導出可能性。

- 背景の推論規則によって推論可能性は変化する。すなわち、存在論的コミットメントは妥当な推論規則に依存して決まると考えるべきである。

型理論的コミットメント

以上より、次のような二つのコミットメント基準が設定される。

Defnition 5.1 (型理論的コミットメント)

- 推論規則集合 R と文 A が型 B の存在者に J-コミットする $\Leftrightarrow$ A *true* $\vdash B$ *exists* が R によって導かれる。
- 推論規則集合 R と文 A が型 B の C なる存在者に P-コミットする $\Leftrightarrow$ A *true* $\vdash \exists x \in B(C(x))$ *true* が R によって導かれる。

その他の言語については、型理論の言語へのパラフレーズを考えればよい。

型理論的コミットメントの動機づけ

構成的型理論が（ある種の言語について）真理・存在・帰結概念をうまくモデリングしていると考えるなら、型理論的コミットメントを採用すべきである。

さらに、反実在論 etc. の哲学的アイデアが正しいとすれば、型理論によるモデリング（よって型理論的コミットメント）はそれによって正当化される。

応用してみる

型理論的コミットメントを、

- 論理的真理

に応用してみると、クワイン型コミットメントとは異なった帰結が現れてくる。

論理的真理

論理的真理は存在論的コミットメントをもたないということが共通了解となっている。

実際、クワイン的基準に基づけば、一階論理の論理的真理は存在論的コミットメントをもたない（どんなモデルでも真だから）。

だが、型理論的コミットメントに基づくと、論理的真理は一定の存在論的コミットメントを持つ。

論理的真理

$A \to A$ という形式の特定の論理的真理を考えよう。

さらに $J \vdash J$ という形のシーケントを常に導入してよいという規則を同一律と呼ぶことにする。

Example 1

同一律と $A \to A$ は、関数の存在に J-コミットする。

なぜなら：$A \to A$ *true* $\vdash A \to A$ *exists* が同一律から導出できるが、$A \to A$ は A（の証明）から A（の証明）の関数の型である。

論理的真理

$$\frac{\Gamma \vdash a \in A \qquad \Delta \vdash b \in B(a)}{\Gamma, \Delta \vdash \langle a, b\rangle \in \exists x \in A(B(x))} (\exists\text{intro})$$

Example 2

∃ intro、同一律、左右 supression と $A \to A$ は、関数の存在に P-コミットする。

なぜなら：$A \to A$ *true* $\vdash \exists x \in A \to A(A \to A)$ *true* が導出できるが、$A \to A$ は A（の証明）から A（の証明）の関数の型である。

論理のコミットメント

なんらかの型（命題）A を前提する。

Example 3

述語論理に対応する規則群（$\exists, \forall, \vee, I$ の規則, 構造規則) と A は、関数や対の存在に J-コミット及び P-コミットする。

なぜなら：$\vdash A \to A$ *exists*、A *true* $\vdash A \wedge A$ *exists*、
$\vdash \exists x \in A \to A(A \to A)$ *true*、A *true* $\vdash \exists x \in A \wedge A(A \to A)$ *true* などが導けるから。

述語論理に対応する規則が無ければ対や関数へのコミットメントが生じるとはいえないことに注意。

論理のコミットメント

論理が抽象的対象への存在論的コミットメントを持つということは……

- 論理主義 (抽象的対象への存在論的コミットメントを論理から導き出す）が一定程度正しい。
- 抽象的対象（対や関数など）を拒否しつつ論理を受け入れることはできない。

応用まとめ

応用の部分でわかったのは、

- 型理論的基準に基づくと、通常のクワイン的基準とは異なる存在論的含意が現れる。
- 論理主義的帰結（論理が抽象的対象への存在論的コミットメントを持つ）が現れる。
- 結果として、理論の存在論的負荷に基づく順序付けが変化する（理論選択・存在論の決定への帰結)。

ということ。

結論

- クワイン的コミットメントの戦略とそのクワイン的実行を、存在論的コミットメント概念の形式的分析として再構成した。
- クワイン的戦略を型理論に対して実行することで型理論的コミットメントの基準を提案した。
- 型理論的コミットメントの基準は、反実在論や直観主義によって動機づけられる。
- 型理論的コミットメントの基準に基づくと、クワイン的基準と異なる存在論的含意が現れる。

(主要) 参考文献

- Bricker, P. 2014, “Ontological Commitment”, in The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = http://plato.stanford.edu/archives/win2014/entries/ontological-commitment/ .
- Martin-Löf, P. 1984, Intuitionistic type theory: Bibliopolis.
- Martin-Löf, P. 1994, “Analytic and Synthetic Judgements in Type Theory”. In P. Paolo (eds.), Kant and Contemporary Epistemology:87-99
- Martin-Löf, P. 1998, “Truth and knowability: On the principles C and K of Michael Dummett”. In G. Dales and G. Oliveri (eds.), Truth in mathematics:105—114

- Sundholm, G. 1994. “Existence, proof and truth-making: A perspective on the intuitionistic conception of truth”. Topoi 13(2):117-126.
- van Inwagen, P. 2001. Ontology, Identity, and Modality: Cambridge University Press.
- Prawitz, D. 2012, “Truth as an Epistemic Notion”. Topoi, 31(1):9-16.
- Quine, W. V. 1948, “On What There Is”, The Review of Metaphysics, 2(1): 21—38.
- 鈴木佑京, 2015. 「原始再帰算術はなぜ特別なのか？ —テイト“ Finitism ” の検討—」, 哲学の探求 42