

「変な振る舞い」の理解に向けて

松江 要 (W1-C-706)

九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 准教授 /
九州大学カーボンニュートラル・エネルギー国際研究所 WPI准教授
kmatsue@imi.kyushu-u.ac.jp

数学的にも数値的にも捉えるのが難しい「変な振る舞い」を中心に、概念の一般的に知られる理論や定説に囚われない別解釈を与え、「素直なもの・変なもの」を包括的に記述する理論の構築、およびその実用に資する応用課題に励んでいます。ベースとなる知識は「微分方程式の生成する力学系」「数値解析」ですが、「代数・幾何・解析・数値計算」の枠に囚われず、使えるものは何でも進んで学び、使う事を基本精神としています。貪欲に様々な知見を取り入れる事を苦としない方を歓迎します。

1. 微分方程式の解の有限時間特異性 (爆発、絶滅、急冷、衝突)

微分方程式の標準理論として習う初期値問題の解の存在や一意性。特定の場合にはある時刻から先、解が構成できなくなる場合があります。本トピックは「いつ・どこで・どのように」このような現象が起こるのか、その包括的理解を目指す課題です。

2. マルチスケールダイナミクス (特異摂動)

「長時間同じような振る舞いをする」「ある瞬間に急激な変化を起こす」このような機構が混在する現象が自然界には多く存在します。神経細胞内の電気信号の発火、流れと化学反応の連成などがこれにあたります。このような現象を生成する機構の数学的記述とその計算法を探っていきます。

3. 燃焼

日常生活、現代社会基盤として欠かせない「炎」の振る舞い・特性を数学的に解明する取り組みです。昨今注目を浴びている「カーボンニュートラル」エネルギー技術問題の一端に数学の切り口から考察します。

4. 行列の多重固有値

線型代数で習う行列の固有値・固有ベクトルの対(固有対)。数学的には取り扱えても、特別な場合を除いて数値計算する事はほぼ不可能と言われていています。産業応用でも頻繁に扱う行列の固有対の特性を関数解析・数値解析の観点から深く掘り下げ、「病的」な固有対の計算法を探ります。

目標: 上記トピックの理解に資する「数値解析」「微分方程式」「力学系」「現象数理」における基礎知識を身につけます。3年、4年における輪読はこれらの話題に直接踏み込むより、他分野の取り組みにおいても本質的な知識となるものの習得に重きを置きます。興味と熱意・実績に応じて別の書籍及び論文の輪読、あるいは研究課題にシフトすることもあります。

☆書籍

・ R. Kress, “Numerical Analysis” (Springer, 1998)

数値解析の基礎を十分にフォローした本です。英語ですが、個人的にはかなり読みやすい部類。

・ C. Robinson, “Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics, and Chaos” 2nd Ed. (CRC Press, 1998)

第5章 (常微分方程式の基礎) より。必要とあらば前節に戻る、あるいは別の常微分方程式の本を併読します。

力学系理論の基礎を写像、微分方程式両方が生成するもの共に幅広く扱っています。日本語訳もあり。

・ 齊藤 宣一, “数値解析入門” (東京大学出版会, 2012)

日本語で書かれた数値解析の非常に広範囲のトピックを扱った本です。Kressの本と「メイン・サブ」と役割を分けて読むと良いかも。

・ F. シャトラン, “行列の固有値 - 最新の解法と応用” (2015, 丸善)

行列とその固有対の摂動を扱った、最近だと手に入りやすい本です。

見た目は「線型代数」ですが、「位相・複素解析・関数解析」など幅広い見識を要求され、結構難しいです。数値解析の本と合わせて読むと理解が深まります。

○以下の書籍は、別の書籍との併読を行うこともある発展的な書籍ですが、希望と出来に応じて検討します。1冊を除いて非常にボリュームがあり、基本的に上記の本で扱う知識は前提となります。

・ **Y. Kuznetsov, "Elements of Applied Bifurcation Theory" 3rd Ed. (Springer, 2004)**

分岐理論を体系的にまとめた本です。力学系の基礎は知っていないと厳しいかもしれません。

・ **J. Smoller, "Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations" 2nd Ed. (Springer, 1994)**

線型偏微分方程式の基礎から入り、反応拡散系、Conley指数、進行波など幅広い「微分方程式の生成する力学系」の話題を扱っていますが、「衝撃波」の基礎理論が体系的にまとめられた数少ない本です。

・ **J.D. Buckmaster and G.S.S. Ludford, "Lectures on Mathematical Combustion" (SIAM, 1983) (4)**

燃焼の数学的基礎がコンパクトにまとめられた本ですが、「偏微分方程式」「流体力学」「力学系」「摂動論」を知らないと非常に厳しいです。他の物理・化学系の知識や、数値解析をそこまで要求していないのはまだ救いか？

・ **C. Kuehn, "Multiple-Time Scale Dynamics" (Springer, 2015)**

マルチスケールダイナミクスをこれでもかと網羅した本です。「力学系」「数値解析」「多様体論」の習得は既知としています。これだけで勉強するのは非常に厳しいか？

・ **大石 進一ほか, "精度保証付き数値計算の基礎" (コロナ社, 2018)**

精度保証付き数値計算の考え方と基礎理論を幅広く扱った数少ない本です。2章が一番キツイと言われています。数値解析、関数解析、一部の微分方程式論は前提とします。

・ **F. Dumortier, J. Llibre and J.C. Artes, "Qualitative Theory of Planar Differential Systems" (2, 3)**

2次元常微分方程式の力学系の全体像を幾何学的に捉える事にフォーカスした本です。コンパクト化を用いた「無限遠ダイナミクス」の考え方について、本になっているのはこれくらいかも。

☆セミナーについて

良い数学書は一語一語に深い意味が込められています。1つの概念や記号がどのような意図を持って使われているのか、そこまで深掘りをした準備をしていただきます。表面的にテキストを読むだけでなく、著者の思想を感じながら、しかしそれに囚われる事なく「自分の言葉」でその理論を語るつもりで臨んでください。「ただ本の内容をなぞるだけなら、あなたがやる意味は無い」と思ってください。セミナーのやり方でよく言われる「テキストを見ない」「(できれば)ノートなどのメモも見ない」事に加え、語りの「熱量」も出来の判断基準となります。その準備段階で不明な点などがあれば随時相談に応じます。

☆面談について

どの内容も代数・幾何・解析を(時には数値計算も)行ったり来たりして、それに応じた準備を要求するので、事前情報なしに選択されるとかなり厳しいと思います。セミナーにてどのような内容を扱うか、詳しく知りたい方に向けて面談を行うことも可能です(要予約)。上のメールアドレス宛にご連絡ください。