La pensée mathématique du jeune Descartes

Masato SATO

Cet article n'a pas pour but d'analyser la mathématique du jeune Descartes, mais de mettre en avant son rôle particulier à l'aube de la philosophie cartésienne. La mathématique est pour Descartes d'autant plus importante qu'elle exerce l'esprit pour trouver la vérité. Il faut donc commencer par les études mathématiques. Mais on méconnaît souvent le fait que c'est plus exactement dans le plaisir d'études mathématiques qu'il a trouvé son commencement philosophique[1]. Ce plaisir, qui se convertit en joie intellectuelle à travers la satisfaction de soi, existera toujours à l'arrière-fond de la philosophie cartésienne jusqu'à ses dernières années [2].

Le plaisir mathématique en ce sens se trouve tout d'abord dans le *Compendium musicae*, le premier écrit cartésien offert à Beeckman. Nous ne donnons ici qu'un aperçu du trait mathématique qui occupe l'esprit du jeune Descartes sur la musique. D'abord c'est la manière de son argumentation qui est mathématique dans cet ouvrage, en suivant l'ordre de la déduction exacte, à savoir il montre ce qui se déduit naturellement à partir d'axiomes ou de faits déjà constatés. Ensuite ce qui décide les règles de la composition, du point de vue de la perfection sonore, est la proportion arithmétique. Une consonance, par exemple, est parfaite et fondamentale d'autant plus que sa proportion est simple, c'est-à-dire que les nombres des proportions sont moins multipliés. La simplicité équivaut ainsi à la perfection dans l'ordre de sons. Enfin le plus fondamental, ou le plus grand, renferme tout ce qui peut en être dérivé, comme l'octave (1/1) contient toutes les autres consonances qui en procèdent par la division arithmétique. Ainsi les sons peuvent-ils être parfaitement analysés de façon mathématique, et c'est ce que le jeune Descartes vise à établir, d'un côté, pour intéresser son ami aîné. Mais, de l'autre côté, Descartes est déjà conscient que le principe mathématique ne s'accorde pas entièrement en musique avec le principe du plaisir auditif, puisque c'est la variété de la composition, et non la simplicité, qui nous plaît, et un son, même simple donc parfait, ne peut être évalué que par rapport à d'autres sons avec lesquels il est composé. Il n'y a donc ni ordre de sons agréables ni règle de composition enchanteresse, par conséquent, il serait impossible en matière de musique d'aboutir à la conclusion incontestable, malgré la mathématique qui lui offre une théorie fondamentale. Cette particularité de la musique a éloigné le jeune philosophe de son étude plus approfondie à cette époque-là, ce qui ne revient pas à l'abandon de son étude, au contraire, il lui faut aussi des études autres que les mathématiques, c'est-à-dire la physique, la physiologie et la morale, afin d'analyser la spécificité complexe de la musique sous tous les angles dont elle dépend pour ses compréhensions. Dès lors, au moment où il a fini sa rédaction du *Compendium*, il décide de ne se tourner qu'à ceux qui l'assurent d'évidences par leur simplicité, c'est-à-dire aux mathématiques, ou du moins à des connaissances du type mathématique.

Néanmoins, il savait déjà que les mathématiques ne suffisaient pas, bien qu'indispensables, à la théorie de la musique, de même qu'elles ne fournissaient pas une condition suffisante, bien que nécessaire, pour le projet entier du jeune philosophe. Que vise-t-il alors à travers les mathématiques ?

1. *Lettres à Beeckman : elegantia,* proportion*, medium* et l'invention des nouveaux compas

Dans sa première lettre à Beeckman, peu de temps après sa rédaction du *Compendium*, il explique les sauts des consonances : « ... dans la musique vocale et d'une justesse [*elegantia*] mathématique... » (24 janvier 1619, AT X 153, 3-4). L'*elegantia* en l'occurrence relève évidemment de la musique. La mathématique participe à cette *elegantia* de la musique, voire sans la mathématique la musique perdrait son *elegantia*. Mais comment peut-on dire précisément que la mathématique est la source de l'*elegantia* musicale ? D'abord le fondement théorique de la musique devrait être « mathématiquement démontré » (ibid., 12), car, sans ce fondement mathématique, la musique perdrait son principe de la composition, et elle serait un amas du bruit chaotique.

Ensuite et surtout, *elegans/elegantia*[3)] partage un certain critère essentiel avec la mathématique. On pourrait renvoyer au *Jugement de Lettres de Balzac* (*Censura*) pour comprendre l'usage du terme par le jeune Descartes : « L'élégance et la grâce y (sc. dans les Lettres) reluisent comme la beauté dans une femme parfaitement belle, laquelle ne consiste pas dans telle ou telle chose, mais dans un accord et une proportion si juste de toutes les parties ensemble qu'il n'y en doit aucune qui l'emporte par dessus les autres, de peur que la proportion n'étant pas bien gardée dans le reste, le composé n'en soit moins parfait » (AT I, 7, 8-14). L'élégance ne se trouve pas dans une partie individuelle, aussi belle soit-elle, mais dans l'harmonie d'un tout, laquelle est la cause directe de l'idée de perfection. Ce concept d'élégance se borne-t-il à l'esthétique ? L'idée de la perfection par proportion, d'origine mathématique, s'étend sur le vaste domaine chez Descartes, et le terme d'élégance témoigne de l'idée de la proportion parfaite appliquée aussi à l'esthétique.

Sa deuxième lettre datée le 26 mars 1619 signale un autre point mathématique qui l'intéresse à cette époque, à savoir qu'il se sert de plusieurs compas spéciaux pour ses démonstrations mathématiques, dont l'une porte sur la division d'un angle dans un nombre quelconque de parties égales à l'exemple de sa trisection, et les autres sur trois types d'équations cubiques. Que Descartes veut-il faire de ces démonstrations ? Il éclaircit tout de suite son projet célèbre selon lequel est mise en ordre une science entièrement nouvelle, qui permet de résoudre toutes les questions quantitatives tant continues que discrètes (AT X, 156, 7-158, 2). Les démonstrations mathématiques à l'aide de ses compas jouent un rôle fondamental pour ce projet. Plus exactement, la proportion est de nouveau un concept-clé dans ces démonstrations. Un de ses compas en l'occurrence, dénommé mésolabe, dont l'idée est originairement attribuée à Ératosthène, a pour but de trouver des proportions égales dans toutes les équerres glissantes figurées dans un angle. Le concept de ce compas, expliqué de manière encore incomplète et même erronée suivant les notes de Gustaf Eneström (AT X, 234-238), se développera ultérieurement dans le livre II de sa *Géométrie*. Ce qui nous intéresse ici est la conscience cartésienne sur l'existence de proportions continues géométriques et de la possibilité de leur expression numérique par l'algèbre moderne, quoique mélangée encore avec la notation cossique[4)].

Descartes a déjà développé dans son *Compendium* les idées de la proportion et du moyen terme entre le facile et le difficile[5], indispensables pour parvenir au plaisir musical. Dans ses *Cogitationes*, il a exprimé brièvement mais plus en général la nécessité de trouver un moyen terme pour traiter d'une question quelconque : « Dans toute question, il faut que soit donné un moyen terme [*medium*] entre les deux extrêmes, par lequel ils sont en relation, soit implicitement, soit explicitement » (AT X, 229, 16-18). C'est un énoncé capital dans la découverte de la méthode mathématique du jeune Descartes. Il donne trois exemples mathématiques des deux extrêmes, à savoir un cercle et une parabole, dont le moyen terme est un cône, deux mouvements compatibles l'un à l'autre, et deux mouvements incompatibles, lesquels sont spiral et circulaire. On trouve une expression similaire dans sa lettre à Beeckman : « certains problèmes peuvent être résolus seulement par des lignes droites ou courbes, d'autres par des courbes autres que des cercles, mais engendrées par un seul mouvement » (ibid., 157, 8-11). Les questions géométriques, qui peuvent être résolues à l'aide de lignes droites, courbes ou autres, partagent une même nature pour autant que ses lignes procèdent d'un mouvement unique. Ce mouvement joue un rôle du *medium* entre les lignes, dont le concept se développera dans celui de moyenne proportionnelle.

Notons ici que le moyen terme est un mouvement en tant qu'articulation proportionnée de deux grandeurs de la même nature. Le compas sert à trouver le moyen terme, et il est un outil comme les autres en ce sens. Mais pour Descartes, le compas vaut plus qu'un simple instrument pratique, en indiquant le medium issu d'un mouvement unique, la clé pour résoudre les questions « chacune selon sa nature » (AT, 157, 3-4). Le compas, par la voie du mouvement proportionné entre deux quantités, nous montre la nature de la solution pour la question dont elles relèvent, et, selon l'expression de Beeckman en marge de la lettre, il fait ainsi partie de « l'art général pour chercher à dénouer toutes les questions » (ibid., 156), contrairement à l'*Ars brevis* de Raymond Lulle, et ainsi le compas constitue-t-il chez Descartes une méthode mécanique [6]. Mais plus exactement, en quel sens le compas est-il une méthode, qui vaut plus qu'une simple technique géométrique ?

D'abord, grâce à ses compas qui sont mécaniques, Descartes a découvert les quatre démonstrations, dont l'une est de la trisection de l'angle, et les autres sont les équations cubiques. Ensuite, les compas permettent de découvrir le moyen terme entre deux grandeurs, qui est issu du mouvement unique, et qui est donc ininterrompu. En traçant ce moyen terme continué à l'aide des compas, on peut enchaîner toutes les grandeurs en rapport sans faille, et de cette manière, mettre en ordre les quantités tant continues que discrètes. L'important est que les compas, déchargés de la nécessité d'être effectivement fabriqués, dépassent le niveau simplement instrumental, permettant à Descartes d'établir une méthode épistémologique pour enchaîner et théoriser les questions générales de quantités en relation. La source principale de la connaissance algébrique du jeune Descartes est l'*Algèbre* de Clavius enseignée à La Flèche[7], et il ignorait probablement les travaux innovateurs des algébristes italiens du XVI^{e} siècle sur les équations du 3^{e} degré[8]. Mais cette ignorance a pu engendrer l'approche originale de Descartes avec ses compas, vis-à-vis non seulement de la question d'équations cubiques mais aussi de celle de quantité en général.

On peut trouver dans la lettre à Beeckman l'ambition cartésienne d'un principe universel applicable à toutes les questions de quantité. Ce n'est donc pas la connaissance de gloser sur ses prédécesseurs, mais plutôt l'ignorance relative à ceux-ci et la résolution pour une science entièrement nouvelle qui ont déclenché les recherches hardies du jeune Descartes. Les compas sont pour celui-ci des outils méthodologiques destinés à théoriser les questions générales de quantité en relation, c'est-à-dire d'origine du mouvement commun. À la fin de sa lettre à Beeckman, Descartes parle d'un instrument de navigation à mesurer les degrés des astres pour calculer la distance transportée d'un point à un autre sur la mer. Cet instrument est une mise en pratique exemplaire de la méthode inventée par les compas, utilisant le mouvement des astres comme le moyen terme pour relier les points du transport, du départ à l'arrivée. Cette découverte peut ainsi servir effectivement, selon Descartes, au calcul de la localisation marine. Du reste, cet instrument lui permettrait de constater non seulement l'application de la méthode par compas à la mécanique générale, mais aussi la possibilité d'établir la théorie générale de cette méthode dans toutes les connaissances. Dès lors, la théorisation par enchaînement des questions de la même nature, à travers la méthode mécanique découverte par compas, peut donc se résumer, d'une part, dans la mise en ordre de grandeurs corrélatives par la voie des moyens termes consécutifs. La question de moyen terme se développera surtout dans les *Regulae* et y jouera un rôle indispensable pour relier les connaissances selon l'ordre et la mesure des questions.

D'autre part, les compas inspirent au jeune Descartes une idée cruciale pour rénover les mathématiques. Il s'agit d'une correspondance, à l'aide des compas pour les équations cubiques, entre nombres et courbes, c'est-à-dire entre le discontinu et le continu. Il est possible désormais, selon cette découverte cartésienne, de transcrire la corrélation de quantité en général en discontinuité de l'équation cubique par les nombres. Le jeune Descartes, tout en utilisant toujours les signes cossiques qu'il a appris vraisemblablement de Clavius, est bien conscient de la nouveauté et de l'audace de cette démarche mathématique, laquelle serait encore plus audacieuse qu'il lui a semblé à cette époque. À savoir, il y a une double intersection dans cette démarche ; le nombre, qui est discontinu, est un mode de la pensée, laquelle est continue dans son mouvement, alors que la courbe, qui est continue, est un mode de l'étendue, laquelle peut être divisée, donc discontinue, de façon indéfinie. Ce double croisement, des modalités continues et discontinues de la pensée et de l'étendue, n'est pas expliqué de façon évidente dans la plume du jeune Descartes. Mais n'en est-il pas plus ou moins déjà conscient dans la nouveauté de cette démarche ? Par ailleurs, Descartes note déjà dans ses *Cogitationes*, en parlant de la commune mesure (*communis mensura*) de genres différents, selon laquelle : « [nous pouvons] utiliser l'espace en forme d'horloge pour mesurer le temps, et les semblables dans lesquels deux genres sont réunis » (AT X, 229, 27-230, 2). On y trouve une mise en pratique de la méthode pour rapprocher les deux modalités, c'est-à-dire l'étendue en guise d'horloge et les nombres du mouvement comme le temps. Ce rapprochement a lieu dans une « communis mensura » (ibid., 229, 22-23) ou dans un « aliquod medium » (ibid., 229, 16) entre les deux modalités. Descartes a ainsi trouvé à l'aide de la méthode inspirée de ses nouveaux compas, semble-t-il, non seulement les voies à la fois des moyens termes consécutifs pour enchaîner les questions et de la conversion de la quantité continue en nombres discontinus, mais aussi l'idée de moyen terme réunissant le mode de la pensée et celui de l'étendue dans leur interdépendance épistémique de la continuité et de la discontinuité. On peut trouver dans les *Cogitationes* un mode exemplaire pour cette opération intellectuelle, à savoir l'imagination.

2. *Cogitationes privatae* : imagination, faculté perspicace et enthousiasmée pour l'enchaînement d'images et pour découvrir les premières vérités

En critiquant *De l'art de la mémoire* de Lambert Schenkel, Descartes maintient que ce qui sert à la science n'est pas la mémoire, mais la connaissance de la causalité. Comment peut-on l'acquérir ? C'est par l'imagination et à l'aide d'images, selon le jeune Descartes : « j'ai embrassé facilement par l'imagination tout ce que j'ai découvert ; cela se fait par la réduction des choses à leurs causes ; et... toutes (les causes) se réduisent enfin à une seule », et que celui qui « comprendra les causes formera facilement dans son cerveau par l'impression de la cause des phantasmes complètement évanouis » (AT X, 230, 4-7 ; 8-10). Descartes est déjà conscient que la clé de la vraie science consiste dans la recherche de la causalité, et que cette recherche, notons-le, s'opère par l'imagination, laquelle permet de trouver les images enchaînées les unes aux autres.

Pour le jeune Descartes, l'imagination ne se borne pas à la connaissance mathématique, mais s'applique aussi à la connaissance de la causalité, car on voit effectivement l'enchaînement des sciences dans l'esprit : « À qui voit complètement la chaîne des sciences, il ne semblera pas plus difficile de les retenir dans son âme que de retenir la série des nombres » (AT X, 215, 2-4). La chaîne des sciences, dont le masque est une fois enlevé, devrait tout d'abord être vue. Descartes maintiendra plus tard, dans la *Règle III* par exemple, cette expression de la vue spirituelle sur la connaissance. Une fois la chaîne des sciences est vue, elle est retenue dans le cerveau en forme d'images. L'image en ce sens est synonyme d'idée, ce que Descartes maintiendra dans les *Regulae* (par ex. Reg. XII, AT X, 414, 16-24, etc.), le traité de l*'Homme* (AT XI, 176, 26-177, 13), et la *Troisième Méditation* (AT VII, 37, 3-6). La mémoire sert à retenir et reformer les images dans le cerveau, et c'est en ce sens seulement qu'elle peut être utile à la science. Cette démarche a pour but de remonter des effets, à partir des images, à leurs causes, et des causes à la cause unique, afin de trouver un enchaînement interdépendant des causes dans leurs images : « l'ordre [exact] est celui où les images sont formées en dépendance les unes des autres » (AT X, 230, 13-15). L'ordre est ainsi dès le début de ses recherches un concept-clé de la pensée cartésienne. C'est l'ordre des images, que « j'ai embrassé facilement par l'imagination », et qu'il faut chercher dans les sciences, car les connaissances des choses, une fois trouvées, se figurent dans les images, lesquelles sont gravées et retenues dans le cerveau. Ces images doivent être rangées, rapprochées et ordonnées selon le principe de causalité, et cette mise en ordre des images s'opère par l'imagination. On peut voir ici l'apparition méthodique du concept de moyen terme, originellement découvert par les compas cartésiens. D'une part, l'imagination relie une image à une autre, en cherchant une image qui sert de leur moyen terme dans la liaison causale. D'autre part, l'imagination, chargée de cette liaison, sert d'une faculté médiatrice de l'esprit pour relier toutes les images, y compris celles des deux natures distinctes, c'est-à-dire les images du mode de la pensée comme nombres et celles du mode de l'étendue comme la quantité géométrique.

L'imagination, en tant que faculté médiatrice, n'agit pas seulement sur la science de quantité, mais aussi sur les sciences en général. Le jeune Descartes examine pourquoi les pensées profondes se trouvent plutôt chez les poètes que chez les philosophes, et la raison en est que : « les poètes ont écrit par l'enthousiasme et la force de l'imagination : il y a en nous les semences de science, comme en un silex. Les philosophes les tirent par raison. Les poètes les arrachent par imagination, et elles brillent davantage » (AT X, 217, 18-22). Pourquoi l'imagination, selon le jeune philosophe, l'emporte-t-elle sur la raison en la science ? L'imagination prend ici, semble-t-il, un sens traditionnel du terme de *phantasia*, à savoir l'imagination, par analogie de la vue spirituelle avec celle de sensoriel, permet de trouver les semences de science avec sa lumière intrinsèque [9)]. En outre, l'assimilation de l'intelligible et du sensible est chez le jeune philosophe un thème considérable pour la connaissance vraie, en ce que celui qui se sert bien de la sensation et de l'imagination est capable de mieux entendre l'intelligible et les « Olympiques »[10)]. Pour le jeune Descartes, l'imagination représente le regard de l'esprit pour détecter les semences de science dans l'ordre interdépendant des images.

Dans la lettre à Beeckman du 26 mars 1619, Descartes prend la quadratrice pour la courbe imaginaire (AT X, 157, 4-19). Mais que signifie « imaginaire » en l'occurrence, alors que dans la tradition grecque on l'appelle « mécanique »[11)] ? Pour les Grecs, seules les lignes construites par la règle et le compas issues d'un mouvement continu unique méritent le nom de géométriques, et toutes les autres issues de deux mouvements discrets s'appellent mécaniques. Pour Descartes, en revanche, les lignes droites, les cercles et les courbes autres que les cercles s'appellent à la fois géométriques et mécaniques, pour autant que ces lignes sont constructibles à partir du mouvement continu unique à l'aide des compas, lesquels fournissent, comme nous l'avons vu, une méthode de relier les quantités en ordre continu par le moyen terme entre elles. Autrement dit, la mécanique est ce qui est ordonné dans la continuité géométrique, donc ce qui est effectif ou possible selon certaines règles dans l'étendue réelle. Descartes maintiendra cette position de géométrique mécanique et l'appliquera plus tard à sa physique mécanique[12)].

Or, les courbes « imaginaires » comme la quadratrice, issues de mouvements indépendants et n'ayant aucune commune mesure entre ceux-ci, ne seraient pas mécaniques, puisqu'il est impossible de réaliser par les compas dans l'étendue géométrique les courbes imaginaires, lesquelles sont à prendre seulement dans l'imagination. La quadratrice est ainsi un exemple symbolique de la rupture de la non-géométrie avec la géométrie. L'imagination, par sa prise en charge des deux domaines, manifeste sa capacité transversale, laquelle ne se limite pas aux mathématiques, et elle outrepasse en ce sens la mécanique et la géométrie, pour autant qu'elle sert à trouver l'enchaînement causal d'images, les semences de science, voire les choses divines et intelligibles. Rien d'étonnant, car, comme le montrent les trois songes et l'enthousiasme de la nuit du 10 novembre 1619, parmi toutes les facultés spirituelles, l'imagination témoigne le mieux la disposition de la puissance divine mise dans l'esprit du jeune philosophe[13)].

Henri Gouhier signale un « parallélisme entre la représentation géométrique des corps et la divination des choses intelligibles à travers les données sensibles » concernant le texte des *Cogitationes* à l'égard de la primauté de l'imagination des poètes sur la raison des philosophes (AT X, 217, 18-22). Néanmoins, nous ne consentons pas à dire que : « puisqu'il s'agit des poètes, il est permis de penser que l'algèbre et la géométrie n'ont rien à voir ici »[14]. Il serait permis, d'après ce que nous avons vu, de penser que l'imagination des poètes conduit directement à celle des mathématiciens, et inversement, puisqu'il n'y a qu'une seule et même imagination, qui, en tant qu'opérateur de la liaison causale des images, s'applique à la fois aux images mathématiques et à celles de non-mathématiques. Dans l'ordre des images réside « ce qui est la clé de tout le mystère » (AT X, 230, 15-16), car ce mystère des sciences, appartenant à la divinité de l'enthousiasme, peut se présenter dans les images et peut se figurer par l'imagination. La recherche des sciences exige ainsi de façon méthodique, outre le principe de causalité, celui de trouver le « moyen terme entre les deux extrêmes » (AT X, 229, 16-17) pour établir la liaison.

L'imagination en tant que faculté médiatrice des images occupe une place singulière dans la méthode épistémologique du jeune Descartes, marquant son apogée, avec la doctrine de la figuration, dans la *Règle XII* et dans l'*Homme*. On sait toutefois que ses objets seront limités à la géométrie seule dans la *Sixième Méditation*[15].

3. La généralisation du concept de *medium*

Dès le début de sa carrière, le jeune Descartes a trouvé un rôle précis des mathématiques dans la direction de ses recherches, lequel consiste à développer des méthodes pour se diriger vers des « découvertes ingénieuses » (AT X, 214, 1). Il nous a montré les deux méthodes principales, dont l'une, trouvée par les compas, est mécanique et sert à préciser la proportion continue par le moyen terme entre deux quantités, issu du mouvement continu unique, et l'autre met en relation non seulement les quantités continues et discontinues, mais aussi les deux modalités de la pensée et de l'étendue, dont l'exemple se trouve dans les courbes dites imaginaires. Précisons les emplois de ces deux méthodes.

Sur la classification cartésienne des courbes, Michel Serfati souligne le contraste entre l'automatisme mécanique des compas dans les courbes géométriques et l'intervention nécessaire du sujet pensant dans les courbes non géométriques pour rassembler deux mouvements mécaniquement incompatibles l'un à l'autre. Dans cette distinction définitive réside, selon lui, une limite des mathématiques et un commencement de la métaphysique[16]. Certes, il y a une différence de natures dans ces questions, lesquelles sont à résoudre « chacune selon sa nature ». Mais leurs natures demeurent-elles incommensurables ? Descartes cherche, dès son *Compendium*, le milieu entre les deux extrêmes pour accomplir la transition mesurée en continuité de sons[17]. Il y reste toutefois la difficulté majeure, en ce que les deux principes de la musique, celui de la perfection des sons selon l'arithmétique et celui du plaisir, ne sont pas réconciliés, et qu'il ne serait pas possible de mettre en théorie indiscutable la composition de sons par les moyens termes continus. Les compas, en revanche, servent à préciser le moyen terme issu de l'unique mouvement continu, par sa méthode complètement mécanique et automatique, et ainsi plus rigoureuse que celle dans la musique. Cela permet de théoriser proprement les questions dont il s'agit, c'est-à-dire de rassembler dans la concaténation les questions géométriques et arithmétiques à l'aide de l'algèbre. Le concept de moyen terme par le mouvement continu joue un rôle théoriquement indispensable à l'unité de questions. Descartes le souligne toujours dans les *Cogitationes*, en accusant les faux savants et en parlant d'un traité mathématique sous pseudonyme, à savoir ce qu'il appelle Trésor mathématique de Polybe le Cosmopolite, « où sont donnés les vrais moyens de résoudre toutes les difficultés de cette science » (AT X, 214, 9-11). Quoique le détail de ce traité soit inconnu[18], il n'empêche que ceux qui donneront des résolutions sont des *media* qui font communément partie de toutes les questions. Pour préciser ces *media*, les compas fournissent la méthode simple et évidente sans égal, grâce à laquelle Descartes poursuit l'unité des questions de cette nature en tant qu'archétype de toutes les connaissances[19].

La question de l'« imaginaire » mathématique montre à la fois la limite de l'automatisme moteur des compas et l'irréductibilité de deux questions de natures différentes. Elle équivaut à celle du plaisir dans la musique, puisque dans les deux cas il faut également faire intervenir le sujet pensant. Mais à la différence du *Compendium*, le jeune philosophe semble chercher toujours le moyen terme entre les modes de la pensée et ceux de l'étendue en général, afin de les relier dans l'unité des connaissances selon le principe de causalité. Ce concept du *medium* est d'autant plus capital dans les recherches cartésiennes dès le début qu'il se développera pour s'appliquer universellement, car il permet de relier des questions et de les mettre en ordre. Il faudrait donc supposer que, bien que Descartes commence toujours par la plus simple et la plus facile des questions divisées, il n'oublie jamais de chercher à les relier dans leur continuité à travers le moyen terme. Dès lors, le jeune Descartes trouve d'une part dans l'imagination la puissance unificatrice d'images entrelacées dans la causalité, voire l'aptitude enthousiaste, qui est capable de regarder le mieux ce qui est originellement mis dans notre esprit. D'autre part, de même que le problème du plaisir musical, il laisse de côté celui de l'imagination et de la sensation, parce que, pour considérer ce problème, il faut d'abord tenir compte des deux principes incompatibles, c'est-à-dire celui de l'étendue (et plus précisément du concept du corps-machine) et celui de l'esprit, mais pour déboucher finalement sur la question de l'union de l'âme et du corps. En outre, tout en admettant à l'imagination un statut original, le jeune philosophe ne peut pas ne pas découvrir d'autres facultés spirituelles nécessaires pour les connaissances, à savoir, la sensation, la mémoire, et surtout l'entendement. Bien que l'imagination puisse regarder les images enchaînées dans la causalité de sciences, c'est l'entendement qui les comprend et les ordonne dans les connaissances. Cela dit, les fonctionnements de l'esprit sont encore entremêlés et ne sont pas nettement distingués dans ses premiers registres[20]. D'un point de vue, on peut y voir déjà une première tentative cartésienne de réunir les facultés spirituelles, témoignée vraisemblablement par l'enthousiasme du 11 novembre 1620 : « j'ai commencé à comprendre le fondement de l'invention admirable » (AT X, 179 ; 216, 19-20). Le philosophe poursuivra cette étude de l'esprit dans ses ouvrages tels que le *Studium* ou les *Regulae*, avec les concepts du moyen terme en général pour enchaîner toutes les connaissances et du mouvement ininterrompu de la pensée pour éclairer la nature unifiée de l'*ingenium*.

4. *De Solidorum* : la perfection du principe algébrico-géométrique et l'unité de la *mathesis*

Avant d'étendre en général les méthodes inspirées de ses compas, Descartes cherche leur développement mathématique ultime dans la correspondance entre nombres et lignes. On trouve dans le court traité d'*Exercices pour les éléments des solides* (désormais *De Solidorum*) des généralisations plus évoluées des concepts que Descartes a déjà déployés auparavant. Dans la première partie, concernant les propriétés générales des polyèdres, apparaît le concept de parties égales dans la proportion continue à travers la commune mesure, et dans la deuxième partie, relative aux nombres figurés de l'espace à trois dimensions, se trouve le concept d'unité de mesures de la même nature dans les figures[21]. Pour désigner le développement des concepts généralisés et unifiés dans une « science entièrement nouvelle », Descartes introduit dans son expression un nouveau vocabulaire de « nos progressions mathésiques [*matheseos*] » (AT X, 271, 17-18 ; éd. Costabel p. 34). Cette conception de *mathesis* mène, avec certain développement, aux *Regulae* et renvoie dans le *De Solidorum* à « l'analyse de la grandeur » (ibid., p. 109) à la troisième dimension, mise en équation algébrique, dont l'idée fondamentale réside dans « l'analogie qui permet les passages d'un genre à l'autre, et de l'ordre qui dans chaque genre organise le classement »[22]. L'idée de *mathesis* provient clairement de la tentative cartésienne à la fois de dépasser la conception traditionnelle de division des mathématiques particulières et de relier dans la conception nouvelle d'une unique science la géométrie et l'arithmétique à travers l'algèbre, pour mettre en rapport constant et enchaîné les nombres et les quantités de dimensions aux trois degrés, et le *De Solidorum* est un élargissement de cette tentative à la géométrie solide. Ce qu'il vise naturellement par là est donc, semble-t-il, moins une analogie qu'une unité réelle de la *mathesis*, qui permet, au moins jusqu'au *De Solidorum*, les transformations de figures en nombres, et réciproquement.

Or, il faut noter que de cet examen du *De Solidorum* sont exclus les nombres imaginaires et les constructions impossibles dans la géométrie réelle. Autrement dit, l'imaginaire et l'irréel sont rejetés de la corrélation logique entre les équations algébriques et la géométrie, plane ou solide, et ainsi retirés complètement du domaine de la *mathesis*. Dès lors, le concept de moyen terme s'en tient également dans l'idée de *mathesis* au réel et au constructible, écartant l'imaginaire et tout ce qui n'est réalisable que dans la pensée. Le *De Solidorum* constitue en effet « une avancée dans le projet de réunir le nombre et la figure sous la houlette d'une science abstraite » (ibid., p. 109). On remarque souvent sur cela l'influence probable de mathématiciens allemands tels que Faulhaber, Peter Roth et Benjamin Bramer (AT X, 242, 7-8 ; AT X, 252-253). Certes, Descartes a pu puiser à ces sources pendant son séjour en Allemand en 1619-1620, mais leur influence ne lui semblait que partielle, en ce que Descartes n'est pas satisfait du calcul de nombres de figures polygonales et pyramidales et qu'il est allé plus loin que les Allemands jusqu'au calcul de figures polyédrales. Néanmoins, leur différence principale réside moins dans les degrés du progrès mathématique que dans les buts de leurs recherches. La tentative cartésienne est si originale qu'elle ne cherche pas une simple évolution mathématique, en pratique ou en théorie, mais une unité du savoir en général. Dès ses premiers écrits, bien que moins réussis et moins clairs que ses ouvrages postérieurs, le projet du jeune Descartes se manifeste dans ses efforts incessants de relier les éléments particuliers par leur moyen terme et de les mettre en ordre exact. Alors que cette démarche ne s'achève pas avec succès dans sa première théorie musicale, en raison de l'hiatus entre le principe numérique et le plaisir, elle se dégage très bien dans les études mathématiques grâce à l'unique principe réel et constructible dans les modèles algébrico-géométriques, c'est-à-dire le principe unificateur dans la seule science qu'est la *mathesis*. C'est au *De Solidorum* que Descartes applique son principe plus à fond, et c’est dans cet ouvrage qu’il indique pour la première fois ce qu’il désigne par mathesis, laquelle se présente dans le contexte mathématique et ne s’en éloigne jamais dans le projet formel du philosophe.

Conclusion : vers l’application universelle de la méthode mathématique dans les *Regulae*

Ces procédés inspirés des mathématiques chez le jeune Descartes marquent leur apogée dans les *Regulae*. Signalons seulement trois points. 1) Les *Regulae* sont une mise en œuvre générale et achevée des concepts algébrico-géométriques, découverts et développés par ses compas, et l’un des points les plus importants, expliqué dans la *Règle XII* et dans la deuxième partie des *Regulae*, est la transformabilité réciproque de nombres et de figures, du mode de la pensée et du mode de l’étendue. C’est la recherche du « moyen terme entre les deux extrêmes » qui permet de réaliser la transformabilité expressive des connaissances de natures distinctes. 2) Les *Regulae* soulignent l’idée de mettre en ordre toutes les connaissances par la commune mesure, à travers le concept de *mathesis universalis*, science générale sur l’ordre et la mesure. Le concept d’ordre, clé de voûte de l’épistémologie cartésienne, s’explique pour la première fois de façon systématique à l’aide de sa méthode algébrico-géométrique. Mais c’est le concept de commune mesure, qui, provenant de l’idée ancrée dans le jeune Descartes de trouver le « moyen terme entre les deux extrêmes » et se développant mathématiquement dans le concept de moyenne proportionnelle, sert d’outil méthodologique pour conjuguer les connaissances dans leur unité. Les *Regulae* expliquent le concept de mesure ou de moyen terme plus en détail que celui d’ordre, ce qui n’est pas le cas dans ses écrits postérieurs. Les *Regulae*, rédigées sous l’influence considérable de sa méthode mathématique, ne peuvent se dispenser de souligner le rôle capital de la commune mesure, sans laquelle aucune liaison des connaissances ne serait possible. 3) L’idée de semences de science dans l’esprit, que l’imagination du poète tire mieux que la raison du philosophe, se développe dans la théorie des vérités innées de la *Règle IV*, selon laquelle, à partir des premières semences de vérités dans l’esprit, la *mathesis universalis* est un fruit mathématique mûri de soi-même, tandis que la méthode, élaborée par les études mathématiques, est un résultat général et nécessaire dans la recherche de la vérité. Les semences témoignent de l’évidence naturelle mise dans l’esprit de tous les hommes, et les mathématiques représentent cette évidence de façon la plus naturelle. L’évolution de la pensée mathématique du jeune Descartes conduit ainsi, d’un côté, à l’aboutissement de la *Géométrie*, à travers la seconde partie des *Regulae*, et de l’autre, à la découverte de la méthode générale en vue de l’unité des connaissances, à travers l’idée de la liaison continue par le moyen terme ou la commune mesure.

Notes

: Nous donnons la référence des œuvres de Descartes de l’édition Adam-Tannery, abrégée AT, suivi du tome, de la page et de la ligne.

1) *Discours*, I : « Je me plaisais surtout aux mathématiques, à cause de la certitude et de l’évidence de leurs raisons »,

AT VI, 7, 24-25. Henry Gouhier souligne ce plaisir mathématique à l'aube naissante du jeune philosophe (*Essais sur Descartes*, Paris, 1937, chap. I, §2).

2) *Passions de l'âme*, II, §147, §148, III, §212.

3) Selon le dictionnaire d'Ambroise Calepin du XVIe siècle, *elegantia* équivaut à *munditia, lautitia, cultus*, ou *ornatus*, auxquelles correspond mieux le mot utilisé dans la *Censura* (AT I, 7, 9). L'*elegans* ici renvoie mieux au sens indiqué dans le dictionnaire de Gaffiot, par exemple dans des expressions comme « opus tam elegans » ou « elegantiora desidero » chez Cicéron, donc au sens étymologique du verbe *eligo*, alors à ce qui est choisi, et ainsi distingué hors du commun. Mais il y a une certaine communauté dans les sens du terme, de même que dans l'usage de Descartes dans ses deux textes.

4) Voir pour les études des compas de Descartes Michel Serfati, « Les compas cartésiens », *Archives de philosophie*, 56, 1993, p. 197-230 ; Chikara Sasaki, *Descartes's Mathematical Thought*, Dordrecht, 2003, chap. 3, B et C, p. 112-127.

5) Par ex., *Praenotanda*, 2 et 3, AT X, 91, 5-17.

6) Voir les remarques de Geneviève Rodis-Lewis : « L'imagination de Descartes est plus "mécanique" (au sens large) que strictement géométrique » (« Le premier registre de Descartes », *Archives de philosophie*, 1991, 54, p. 645 ; et de Michel Serfati : « la méthode de Descartes pour aborder ces équations est donc celle d'un néophyte d'un type particulier : fort intéressé par la question, ignorant les travaux d'algèbre qui l'ont précédé, il ne propose aucune technique algébrique, mais de nouveau une machine », art. cit., p. 207.

7) *Pell à Cavendish*, AT IV, 730-731 ; Gaston Milhaud, *Descartes savant*, Paris, 1921, p. 235 ; Pierre Costabel, *Démarche originale de Descartes savant*, Paris, 1982, p. 29 ; Geneviève Rodis-Lewis, *Descartes*, Paris, 1995 ; 2010, p. 26 ; p. 49, etc.

8) Michel Serfati, art. cit., p. 206-207.

9) Voir par ex. *De l'âme*, III, 3, 429a2-4 ; 7, 431a 16-17 ; 8, 432a 7-8.

10) *Cogitationes*, AT X, 217, 12-16 ; 218, 8-14 ; 218, 21-219, 2.

11) *Géométrie*, II, AT VI, 388, 12-20 ; Pappus d'Alexandrie, *Collection mathématique*, livre IV, prop. 25 ; 28, etc.

12) Par ex. à *Villebressieu*, été 1631 : « La grande mécanique n'étant autre chose que l'ordre que Dieu a imprimé sur la face de son ouvrage, que nous appelons communément La Nature » (N. II de la lettre ms. à Villebressieu, résumé de Baillet, *La vie*, I, p. 260 ; AT I, 213).

13) Voir l'importance de l'imagination dans la nuit des Olympica du 10 novembre 1619 (les mots d'imagination ou d'imaginer apparaissent au moins six fois dans AT X, 180-187 ; Baillet, *op. cit.*, I, 81-86).

14) *La pensée religieuse de Descartes*, Paris, 1924 ; 2e éd. 1972, p. 48 ; p. 50.

15) Reg. XII, AT X, 412, 14-415, 12 ; l'*Homme*, AT XI, 176, 9-177, 13 ; *Med. VI*, AT VII, 71, 13-73, 28.

16) Michel Serfati, art. cit., p. 227-228.

17) Par ex. *Praenotanda*, AT X, 91, 5-9 ; 91, 22-92, 18, etc.

18) Voir sur ce traité Henri Gouhier, *Les Premières pensées de Descartes*, Paris, 1958 ; 2e éd. 1979, p. 109-110 ; p. 114-116 ; p. 160-161 ; Bernard Rochot, « À propos des Rose-Croix, de Descartes et des rêves de 1619 », *Revue de*

synthèse, 1956, juillet-sept., p. 351-361 ; Édouard Mehl, « La Première philosophie de Descartes », in *Descartes et l'Allemagne*, Georg Olms Verlag, 2009, p. 45-61.

19) Voir l'extrait de Poisson sur la difficulté de la méthode pour relier les parties divisées en les comparant, « tant parce qu'on ne connaît pas assez les termes qu'on doit comparer, qu'à cause qu'on a besoin d'un moyen, qu'on appelle medium dans l'École, qui n'est pas aisé à trouver » (AT X, 476, rapporté au *Studium bonae mentis*, selon Emmanuel Martineau et Vincent Carraud, *Étude du bon sens*, Paris, 2013, p. 153, n. 58). Ce qui confirme l'indispensabilité du *medium* aussi bien à l'étude de l'esprit qu'à celle des mathématiques.

20) Voir par ex. *Cogitationes*, AT X, 217, 12-14 ; 218, 8 ; *Cartesius*, AT XI, 649.

21) Par ex., AT X, 267, 31-269, 3 ; éd. Costabel, p. 15 ; AT X, 271, 7-9 ; éd. Costabel, p. 34.

22) Pierre Costabel, *op. cit*., p. 30.

La pensée mathématique du jeune Descartes

Masato SATO

La mathématique joue un rôle décisif dans la philosophie cartésienne, pour autant qu'elle offre l'évidence exemplaire, et surtout, qu'elle s'avère méthodologiquement indispensable à la recherche du jeune Descartes. Cet article a pour but d'examiner le développement de sa méthodologie pour trouver les vérités certaines par les études mathématiques de sa jeunesse. Après la découverte de la perfection mathématique dans le concept de proportion sur les théories musicale et esthétique, le jeune philosophe cherche à établir une nouvelle analyse géométrique à travers l'invention de ses nouveaux compas. Son analyse géométrique, dont l'innovation réside dans la division proportionnelle et la correspondance entre nombres et grandeurs, sert à développer la méthode pour relier les deux termes par leur moyen terme ou leur commune mesure. Cette méthode de la liaison continue par le moyen terme, que nous envisagerons en détail, s'appliquera non seulement à la géométrie algébrique, laquelle ne traite que des questions quantitatives, mais aussi à toutes les sciences en vue de leur unité, ce qui sera plus tard l'un des thèmes principaux des *Regulae*.