

Piaget 発達段階論における「操作」概念の整理

—S.Papert (1980) との比較を中心に—

新井一成*・高 籾 学**

経済学

(2013年8月30日受理)

要 旨

本研究は J. Piaget の発達段階論に関する研究である。発達段階論は、ひとが認識可能な論理の構造が各段階ごとに異なるとする立場、及び下位の段階が上位の段階を包含する立場を主張する点で特徴的である。Piaget は論理学や生物学、数学や弁証法等の影響を受け、修正を加えつつも多くの著書で発達段階のモデルを度々提示した。その多くの場合で「数学的構造」を下地にしている。本研究では発達段階論の根本概念である「数学的構造」、中でもとくに認識の「操作」に着目した。本研究では、まず発達段階論の根底をなす認識の「論理の構造」について整理し、現代数理による再解釈をほどこした。続いて S. Papert (1980) の構築主義理論について検討し、Papert の「操作」との比較を通じて両者の「操作」概念を整理した。

キーワード : J. Piaget, S. Papert, 操作のシエマ

1. はじめに

J. Piaget には発達心理学や構成主義教育の分野を中心に多くの貢献がある。特にその発達段階論は教育学に大きく影響を与えており、後継研究も多い。発達段階論だけでも『発生的認識論序説』(1950)をはじめ多くの著作があり、また執筆時期によって数学、論理学、生物学や弁証法など様々な学問分野やその概念から影響を受けているために著作間で多少ならざるばらつきが見られる。本研究では関連著作のうち、ひとの認知構造を中心に扱った『論理学と心理学』(1953) および後継研究である S. Papert の『マインドストーム』(1980) に着目する。『論理学と心理学』では、ひとの認知構造を4つの発達段階ごとにいくつかの論理的要素に分解し、各要素の関係性を束論・群論の視点でとらえている。論理的要素間関係が束論を用いて説明されているため、各要素がどのような関係性をもつと Piaget が主張するのかについては、同書から客観的に把握しやすい。また『マインドストーム』では Piaget の発達段階論を踏まえ、より具体的実践的な形で、子どもの学習過程に迫っている。特に Papert 自身の開発したプログラミング言語 LOGO を用いて、子どものプログラミングの過程と概念の理解の過程に関係性を見出す点が研究の特徴である。

本研究の目的は、Piaget の発達段階論のうち、学習者の「操作」概念について検討することである。Papert の「エージェント理論」との比較を通じて、Piaget の「命題操作」にいかなる特徴があるのか、明解になる点に本研究の意義がある。

* 東京学芸大学個人研究員
** 東京学芸大学

2. Piaget『論理学と心理学』における発達段階論の操作のシエマ

Piaget のいわゆる発達段階論は感覚運動期 (0～2歳)・前操作期 (2～7歳)・具体的操作期 (7～11歳)・形式的操作期 (12歳～) に分けられる。Piaget はひとが成長するにつれて、ひとの認識できる「操作」すなわち操作のシエマが年齢を経るごとに増えていくという仮説を採用しており、操作のシエマごとに大きくこの4つの段階に分けられると主張する。各段階の操作の特徴は以下の通りである。

第一段階：操作的性格を持たないが、可逆性に向かう傾向、不変性（保存）が構成されている。

第二段階：第三段階に比べて不完全な可逆性をもつ。特に推移律が構成されない。

第三段階：動的均衡、すなわち可逆性の性質を獲得。包含と関係の具体的諸操作が認識可能。分類の操作、系列化の操作、加法と乗法の操作等のシエマがそれぞれの関係を考慮せずに構成されるため、変換の全体が形成されず、数・時間・体積などの各操作ごとに独立した構造が与えられる。初歩的群性を構成する。

第四段階：構造化された操作の全体（論理的群性体）を得る。操作が具体的資料から離れ、理論から出発して理論上の諸関係の操作が理解できるようになる。成人の論理ともいえる。

これら簡単な説明から明らかだが、各発達段階の認知構造の違いが可逆性と保存の2つの概念に色濃く現れる。可逆性・保存ともに第一段階で既にその萌芽は見られるが、個々の操作の可逆性は第三段階以降で獲得され、個々の操作に付随する形で保存も獲得されていく。なお可逆性と保存は、次に示す全体との関係で論じた部分が分かりやすい。Aは茶色の玉を、A'は白の玉を、Bはその合計である木の玉をあらわす。箱の中に20個の木玉があり、ほとんどが茶色である際の実験である。

ところで、心理学的実験は、5歳から7歳までの子どもは、この $A < B$ の包含を構成することが不可能であるということをはっきりと示している。この事実を子ども自らに解釈させると、(そして、ここではまた、このことは知覚的所与 perceptual data が解釈されるためには、それ以前に論理的な作用を前提とするということを示しているのだが) $A > A'$ だから $A > B$ であるという結論になる。子どもの答えは、'木の玉 (B) よりも茶色の玉 (A) の方が多い、なぜなら、白い玉 (A') は2つか3つしかないから'ということになる。この答が真に意味していることは、質問は全体の類 (B) に関するものであり、そこですべての玉は木であるということであるか、それとも、質問は部分 (A) に関するものであるかいずれかであるのだが、全体がその構成要素に分けられると、われわれはもはや全体はもたないということである。この例では、全体は1つの部分 (A') に還元されてしまい、したがって、 $B = A'$ だから $A > B$ であるということになってしまったのである。

(Piaget (1953), 邦訳 pp.23-24, 下線は執筆者注。以下同じ。)

Piaget は、正しい結論に至るためには合成の操作 $B = A + A'$ ならびにその逆操作 $A = B - A'$, $A' = B - A$ を獲得する必要があるという。これら操作が認識できないのが第二段階までであり、認識可能なのが第三段階以降ということになる。こうした概念は Piaget『構造主義』(1968)によると束 (Lattice) を中心とした論理構造に基礎もつといい、その論理構造に論点を絞り検討を加えたものが『論理学と心理学』(1953) であるといえる。Piaget は、ひとのすべての認識は操作的であり、操作的思考は構造をもつと主張する。構造は抽象代数学の中心概念である、群の理論に支えられる。操作の構造は全体性・変換性・自己制御性を特徴にもつという。全ての段階において構造がみられ、最も初歩的な感覚運動期においても、群の一般的性質が見出せると Piaget は主張する。第四段階までの全ての段階の「操作」は、「4元群からなる群性体 (INRC 群)」に含まれるという。たとえば、第三段階における初歩的群性体は完全な束構造をなしていないが、類 (集合) の命題操作において可逆的な2つの形式である、逆関係 (N) および相互関係 (R) が見られるという。また第四段階である形式的操作期ではそれに相関関係 (C) が構造に加わり、命題の認知構造は第三段階までの半束と異なり、完全な束構造をもつ群性体となる。Piaget の記法は次の通りである。

- ・逆関係 (N) : 命題 $p \vee q$ の逆関係は $\bar{p} \cdot \bar{q}$
- ・相互関係 (R) : 命題 $p \vee q$ の相互関係は $\bar{p} \vee \bar{q}$

・相関関係 (C) : 命題 $p \vee q$ の相関関係は $p \cdot q$

これらはひとつの命題 (この場合は $p \vee q$) について成り立つ関係であるとともに、完全な束構造の要素すべてにおいて成り立つ関係である。ひとつの命題における逆関係・相互関係・相関関係を図示すると次のようになる。

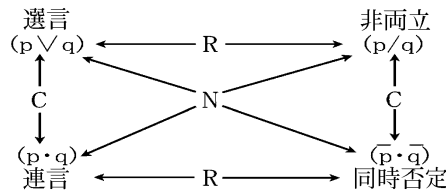


図1 命題と操作の関係¹

第四段階においては、束構造の群性体の上に第二次群性体を形成する二重構造が存在するという。Piaget は任意の命題の変換 I, N, R, C は、いずれも次に示す 16 の命題 (要素) のいずれかに落ち着くという。二重構造でいうところの一重目にあたると推測されるのが、Piaget が提示した以下の命題集合である。

- | | | | |
|------------------------------------|--|---|--|
| 1 (0) | 2 ($p \cdot q$) | 3 ($p \cdot \bar{q}$) | 4 $p \cdot (q \vee \bar{q})$ |
| 5 ($\bar{p} \cdot \bar{q}$) | 8 ($p \cdot q$) \vee ($\bar{p} \cdot \bar{q}$) | 11 ($p \cdot \bar{q}$) \vee ($\bar{p} \cdot \bar{q}$) | 14 ($q \supset p$) |
| 6 ($\bar{p} \cdot q$) | 9 ($p \cdot q$) \vee ($\bar{p} \cdot q$) | 12 ($p \cdot \bar{q}$) \vee ($\bar{p} \cdot \bar{q}$) | 15 ($p \vee q$) |
| 7 $\bar{p} \cdot (q \vee \bar{q})$ | 10 ($p \supset q$) | 13 (p / q) | 16 ($p \cdot q$) \vee ($p \cdot \bar{q}$)
\vee ($\bar{p} \cdot q$) \vee ($\bar{p} \cdot \bar{q}$) |

図2 Piaget の 4 元群からなる群性体²

この命題集合は以下の 7 つの性質をもつ。

- (1) 命題 8 から 16 は、2, 3, 4 と 5, 6, 7 の論理和で表される。命題 8 は命題 2 と命題 5 の論理和。
- (2) 命題 1 ~ 3, 5 ~ 11, 6 ~ 12 は、4, 14, 15 と 7, 10, 13 の論理積で表される。命題 8 は命題 14 と命題 10 の論理積。
- (3) 各命題は、この図の中心を点対称として、逆関係 N を形成する。命題 2 の逆は命題 13。
- (4) 各命題は、この図の対角線 1, 8, 12, 16 を線対称として、相互関係 R を形成する。命題 14 の相互関係は命題 10。
- (5) 各命題は、この図の対角線 7, 9, 11, 4 を線対称として、相関関係 C を形成する。命題 2 の相関関係は命題 15。
- (6) 対角線 1, 8, 12, 16 上の 4 命題は、I=R および C=N の特性をもつ。
- (7) 対角線 7, 9, 11, 4 上の 4 命題は、I=C および R=N の特性をもつ。

これを踏まえ、二重構造の二重目を検討したのが以下の図である。

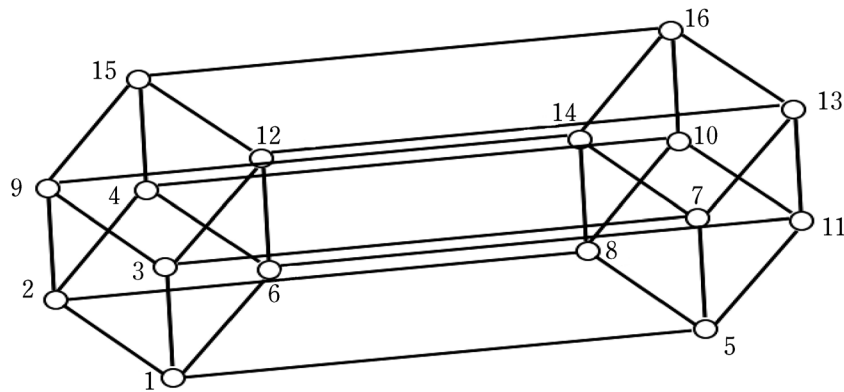


図3 INRC 群の半順序束による表現³

このように構造を表現すると、第一段階の半順序束は第二段階の内部に、第二段階の半順序束は第三段階の内部に、そして第三段階の半順序束は第四段階の内部に記述できることが確認できる。

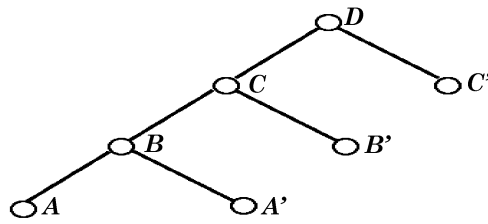


図4 第三段階の群性体の半順序束による表現

例えば第三段階の半順序束は図4で表現することができる。これは以下の、数と関係の操作のシエマである。

合成 $A + A' = B, B + B' = C$

逆 $-A - A' = B$, よって $A = B - A', A = B - A'$

同一性 $A - A = 0$

同義性 $A + A = A$ したがって $A + B = B$

結合性 $A + (A' + B') = (A + A') + B'$

図4を、図3の内部に埋め込むと以下のようにになる。

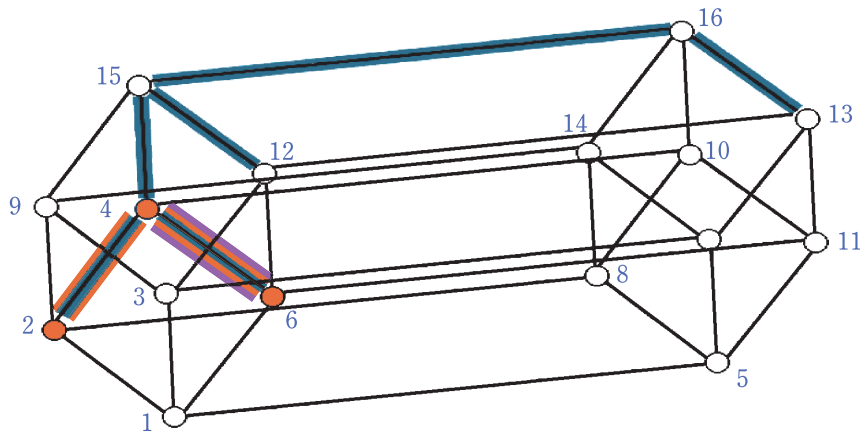


図5 第一段階～第四段階の半順序束の埋め込み表現⁴

以上、単純なものであるが Piaget 論理学におけるひとの認知構造のモデリングを試みた。各段階における「操作」は、図5のように入れ子構造になっていることが見て取れる。ただし、このモデルを含む、Piaget (1953) のこれまでの議論では、学習者が高次の段階の「操作」に移行する際に、どのように半順序束の拡張が起こるのかが、不明瞭なままである。

3. Papert『マインドストーム』における学習者の「操作」

Papert は Piaget の共同研究者のひとりである。Piaget の構築主義教育を発展的に継承し、構築主義教育を提唱した。構築主義教育とは、学習者のプログラミング手順の発見が学習者による課題解決の手続きに影響を与えるという立場にたつものである。『マインドストーム』は、Papert が長年子どもを観察を通じて得た、コンピュータを利用した学習方法の理論書である。Papert (1980) は、式だけでなく図表を多用している Piaget (1953) とは異なり、数理的な説明、モデルがほとんど登場せず、LOGO やタートルによるプログラミングを除くとほぼ文章による説明となっている。以下では Papert の Piaget 解釈を中心としていくつかの記述を抜き出すことを通じて Papert の視点の整理を行いたい。

まず、両著書の最大の違いとして、Piaget (1953) は、認識の「操作」を数学に限定して議論してはこなかったが、Papert (1980) では数学の学習に論点を絞っていることが挙がる。

私は先に、「ピアジェ式学習」すなわち、人々が環境と相互作用することによって起こる自然で自発的な学習について話し、カリキュラムによって御する従来の学校における学習の特徴と対比させた。しかし、ピアジェが私の研究に寄与したものはもっと深く、理論的で哲学的なものである。(中略)ピアジェの認識学者としての面に関心を向けたい。これは、これまでに説明してきたような、知識に基づく学習の理論、数学の学習がどのようにして起こるかに関する研究を数学そのものの研究から切り離さないで考えるような理論を打ち立てるのに、彼の考えが寄与したからである。

(Papert (1980), 邦訳 p.181)

また、Papert は Piaget の研究を、そもそも数学の研究と切り離せないものであったと評価している。

ピアジェは自分を認識学者だと言った。これは何を意味するのか？彼が成長過程について語る時、彼は、実は知識の成長について語ってもいたのだ。(中略)ピアジェにとっては、学習過程と学習される内容とを分離して考えることは間違いである。子供がどのように数を学ぶかを理解するには、数そのものを研究しなければならない。それも、特別な方法で、数の構造を研究するという、数学的にも容易でない事業にあたらねばならない。ピアジェが幼ない子供の行動について話しながら、同じ章の中で理論数学者の関わりを持つような事柄に言及することが決して珍しくないのはそのためである。

(Papert (1980), 邦訳 p.183)

そして、Papert は大半の数学者が数学教育を誤ったものとして考えていると評価する一方で、ある学派だけは、学習者が数を学ぶことがなぜ可能なのか、に迫るものがあるという。

「カリキュラム作成」という仕事はすべて、「知識を改造すること」として言い換えることができる。例えば、ニューマス (New Math, 新らしい数学) という 60 年代の教科改革には学校数学の内容を変えようという意図もあった。しかしこれにはあまり効果がなかった。少し違った算数であれば、やはり算数をやらなければならない羽目に陥ってしまったからだ。新らしい算数が数のかわりに集合を扱うことや、10 進法の代わりに 2 進法で計算することなどは何の違いいももたらさなかった。

(Papert (1980), 邦訳 p.66)

形式論者につながる行き方なら公理を設定することによって数を理解しようとする。バードランド・ラッセルにつながる行き方なら、数を論理学や集合論のような基本的なものに還元することによって定義しようとする。どちらの行き方にも根拠があり、数学の歴史の重要な章を占めるものだが、どちらも数を学ぶのがなぜ可能であるかという疑問に光を投げはしない。ところが数学の学派の中には、意図せずにはあるが、それをするものがあるのだ。これはブルバキ派と呼ばれる構造主義である。(中略)これらの構造はマイクロワールドの概念と何か共通のものをもっている。

(Papert (1980), 邦訳 pp.184-185)

Piaget も『構造主義』のなかでブルバキから強く影響を受けているため、上記の記述から、Piaget, Papert とともに、構造主義者、とくに抽象代数学を主に扱う構造主義者としての側面を持っていることがうかがえる。そして、より重要なことは、『マインドストーム』のメインエッセンスである、「マイクロワールド」とは何かということである。Papert 自身はマイクロワールドについて、次のように説明している。

タートルの世界は、マイクロワールドであり、一つの「場」、数学国の中の一つの州であり、特定の種類の数学的思考を孵化し育てることにとりわけ容易な世界である。マイクロワールドは培養器である。ここで我々は、ニュートン物理学の培養器として役立つためのマイクロワールドを設計することにしよう。

(Papert (1980), 邦訳 p.144)

Papert は「マイクロワールド」として、LOGO を用いてニュートン物理学に従って動くタートルのプログラムを設計し、子供にそのなかで自由に触れられることで古典物理学を体感させている。そして、プログラムの手順の修正の仕方を、子供が現実世界に応用できるようになると主張する。

ケン は、35 と 35 を足して 610 という答えを出す小学 5 年生だった。彼のバグは明瞭である。

32 足す 32 は 64 だから、35 足す 35 は 610 でいい筈だ。(中略) 従って、手順を修正するということは、実際彼の意識からかけ離れたことだった。手順をデバグすることのできるものとしてみる考え方は、これを使って仕事する経験を積んでいない子供達には、強力であるが困難な概念なのである。

ケンのような子供達が、ロゴの環境の中でプログラムを描く経験を経た後に、この種の困難を克服した例を多くみた。(中略) 手順やプログラムを使う日常の経験が、次には学校で形式に沿った算数をする上での資源となるという点である。

(Papert (1980), 邦訳 pp.177-178)

しかしこれらの説明だけでは、具体的に学習者がいかなる「操作」を行っているか、不明瞭であり、Piaget の認識の「操作」と直接関連づけることは難しい。ところが Papert は、全く別の箇所ですべて「学習者」の操作について触れており、こちらのほうが、「マイクロワールド」上での学習者の認識の「操作」の説明としてふさわしいと思われる。

子供の頭の中には、それぞれ違った「幼稚な」やり方で量を判断する 3 人のエージェントが存在すると仮定しよう。第一に、高さのエージェントは、液体の量であれ何であれ、その垂直上の限界によって判断するものである。これは、子供の生活において実用的なエージェントである。子供達を背中合わせに立たせて背を比べたり、コココーラやチョコレートミルクをコップに均等に配分したりするのでお馴染みのものだ。ここで強調したいのは、高さのエージェントは液体の量を「知覚する」というほどの複雑なことは何もしない。高ければ何でも多いのだという抽象原理を狂言的に奉じているに過ぎないということだ。

第二は、広さのエージェントとあって、平面上の限界によって判断するものである (中略)。

最後に、歴史のエージェントと呼ばれるものがあり、これは前に同じ量だったのだから今も同じだという。

(Papert (1980), 邦訳 pp.193-194)

このエージェントの議論を踏まえてようやく、Piaget と Papert の「操作」概念が比較可能となる。Papert (1980) における学習者の「操作」についての記述をまとめると次のようになる。

- ・エージェントの関係の変化は 3 つの仕方で起こる。
- ・第一には、「洗練」がある。広さのエージェントが発達したため、他の条件が同じでない限り、高さのエージェントが判断基準としての資格を失う。
- ・第二に、「先任順」の変更がある。突如順序が代わり、歴史のエージェントが優勢になることもあり得る。
- ・第三に、「中和」がある。高さや広さのエージェントが互いに矛盾する意見を出すことによって互いを中和する。
- ・第三の仕方がもっとも重要で、これは知的操作を群性体に編制するというピアジェの方法と近いものである。両者の矛盾を通じて、高さのエージェントと広さのエージェントの監督者の役割を果たすものとして、第 4 のエージェント (幾何のエージェント) が追加される。第 4 のエージェントは高さや広さの中和の有無のみを察知する。
- ・このように、組織の要素をなすものは命題よりも人間に近いものである。その相互作用は数学的な論理の操作というより社会的な相互作用に似ている⁵。

この、エージェントのモデルと Piaget の群性体のモデルの最大の違いは、要素間の関係性が一意的に決められていない点にある。Piaget においては、逆操作 N の関係にある命題は永遠に逆関係のままであるのに対し、Papert のモデルでは、中和や洗練など、関係が変化する点にある。

なお Papert は、命題操作ではなくエージェントの相互作用というモデルを構築した理由として、人類学者 C. Levi-Strauss の縋い仕事 (ブリコラージュ) 概念を挙げている。Piaget (1968) も『親族の基本構造』の影響を色濃く

受けているが、Papert もまた他の著書の影響を受けた点は興味深い。参考までに触れたい。

ここには、各々独自の単純な考え方をするモジュールとしてのエージェントがあって、その多くは相互に矛盾し合っている。この矛盾は、単純なことではこれに劣ることのない特別なエージェントの介入によって調整され、抑制されはしても「解決」はされない。この相違を調停する方法は、組織を一貫性のある論理的な型にあてはめようとするものではない。

この過程は、しろうとの繕い仕事を思わせる（中略）。ここで私は、我々学習者は最も本質的な意味において皆ブリコラー、繕い仕事をする者だと言いたい。

(Papert (1980), 邦訳 pp.200-201)

4. 結論

以上、簡単にはあるが、Piaget (1953) と Papert (1980) の「操作」概念のそれぞれに触れた。両理論の「操作」概念比較すると下の表ようになる。

	Piaget(1953)	Papert(1980)
教育理論としての通称	構成主義教育	構築主義教育
基礎となる理論	構造主義(Levi-Strauss の『親族の基本構造』)	構造主義(Levi-Strauss の『野生の思考』)
特に参照した理論	クライン四元群	ブリコラージュ
「操作」のモデル	発達段階論	複数人のエージェント理論
「操作」の段階	第一段階～第四段階	何段階かは明記されず
「操作」の構成要素	命題	人間(エージェント)
学習者の「操作」モデル	「操作」のシエマ	マイクロワールド
主となる「操作」	可逆性・保存 I,N,R,C のそれぞれ	洗練、権威付け、中和、 新たなエージェントの創出
モデルの静動	命題間の数学的な論理の 操作	エージェント間の社会的な 相互作用

表 1 Piaget と Papert の「操作」概念の比較

両者の理論のもっとも異なる点は、構成要素の関係が静的であるか、動的であるかであろう。Piaget においては命題間の関係ははじめから決まっており、変更が起こることがないのに対し、Papert において、エージェント間の関係は状況に応じて変化していく。このことは、Papert のモデルは Piaget の発達段階論における不明瞭な点である、より高次の段階の「操作」へのスムーズな移行が可能になることを、示唆するモデルとなっていると考えられる。Papert のモデルにより、発達段階論に「エージェント」概念が付与されることは、Piaget の発達段階論が、実際のひとの認識により近いモデルとなるための重要な課題である。発達段階論のモデルがひとの認識に近づくことは、教育現場における構成主義教育の実践という観点からも有用であると思われる。

なお、本来的な両者の理論構築の基礎からは多少逸脱した観点ではあるが、Papert の「エージェント」概念は、Piaget の理論における各段階間の構造の転換メカニズムを説明し得る時間概念のようなもの、ととらえることができると思われる。具体的なモデリングについては他稿に譲りたい。

注

1 Piaget (1953), 邦訳 p.13. なおこの図は『論理学概論』(1949) p.271 の Table (C) の再掲であるようだ。

2 Piaget (1953), 邦訳 p.57.

- 3 執筆者作成。
- 4 宣言型プログラミング言語 Prolog による検証を踏まえ、執筆者作成。
- 5 以上、Papert (1980)、邦訳 pp194-195。

参考文献

- 1 Mashaal, M. (2002) *BOURBAKI*. 高橋礼司訳 (2002) 『ブルバキ数学者達の秘密結社』, シュプリンガー・ジャパン.
- 2 Piaget, J. (1953) *Logic and Psychology*, University of Manchester at the University Press. 芳賀純訳 (1966) 『論理学と心理学』, 評論社.
- 3 Papert, S. (1980) *MindStorms Children, Computers and Powerfull Ideas*, Basic Books, 奥村貴世子訳 (1982) 『マインドストーム 子供, コンピューター, そして強力なアイデア』, 味来社.
- 4 Piaget, J. (1968) *Le Structuralisme*, Paris. 滝沢武久・佐々木明共訳 (1970) 『構造主義』, 白水社.
- 5 Smith, L. (1987) "A constructivist interpretation of formal operations", *Human Development* 30, pp.341-354.
- 6 真田孝昭 (1993) 「ピアジェの論理的モデルとその代替的モデル」, 『静岡大学教育学部研究報告. 人文・社会科学篇, 44号』, pp.201-216.
- 7 波多野完治 (1986) 『ピアジェ入門』, 国土社.