長期効果を考慮した学術生産モデル開発
ーー実証可能性を留意しつつ

樊怡舟　　広島大学
中尾走　　広島市立大学

意外と重要とされる変数＝大学の設置年

- 資格取得率・就職率の規定要因
- 偏差値の規定要因
- 教育特化大学・研究特化大学の機能別分化

→説明力の強い説明変数＝「設置者」・**「設置年」**

〜プレステージ・過去の蓄積等で解釈される

- 大学運営の「長期効果」

→大学の**投入産出分析**等で長期効果を取り除く必要性

固定効果モデル

- 「設置年数」がもたらす効果を機関の特性として理解し、固定効果モデルによって取り除く試み
＝前期との一階差分で投入産出の関連性を考える
$$Y_t - Y_{t-1}$$

- 「長期効果」を今までの「蓄積」として理解すると、「蓄積」そのものの年次変化が存在するため、一階差分モデルだけでは取り除ききれない

→「今までの蓄積」がもたらす学術生産へのプレミアムを**投資の長期効果**として解釈し、**投資**や**リターン**を考慮した時系列モデルが必要

投資とリターンのような仕掛けを

- 運営費・科研費等でもらったある年の総資金S_jは、すべてその年の（学術）生産で反映されるわけではない。
  今年の生産ではなく、今後の生産に回した資金相当額→「投資」I_j
  今まで行ってきた「投資」によるプレミアムの資金相当額→「リターン」R_j
- **ある年の実質投入相当額Y_j** ＝総資金から、投資を行い、リターンを引き受けた後、実際に学術生産に投入できたものとして**見立てる**

$$Y_j = \boldsymbol{S_j} - I_j + R_j$$

学術産出	既知	測定不可	測定不可

リターンの中身

- R_jの中身
  n年前に行った投資I_{j-n}とその際のリターン率K_{j-n}の掛け合わせたものの足しあわせである。そのうえで、劣化によるｄの年率の減価償却も導入した。

$$R_j = \sum_{n=1}^{j} e^{-dn} K_{j-n} I_{j-n} \quad 0 < d$$

- 劣化率dについて
  個別の研究プロジェクトにとって、「蓄積」の劣化は場合によって、１か０かの問題かもしれないが、機関レベルでは安定した劣化率dによってまとめられるとする。
  →知識の劣化が激しかどうかは研究分野によって決まると思われる

リターン率K

- 無限に投資する行動を防ぐために
  →リターン率を投資額、資金額に連動させる
- 投資の限界効果逓減～$\frac{\partial K}{\partial I} < 0$
  資金額の規模の効果～$\frac{\partial K}{\partial S} > 0$

$$K = \gamma \cdot I^{-\alpha} S^{\beta} \qquad 0 < \alpha < 1 \quad 0 < \beta < 1 \ \gamma > 0$$

大学の合理的投資行動

- 大学は、今後もたらしてくれるリターンを現価率 r で j 期の価値に戻したうえで、その総額G_jを見据えて j 期の「投資」 I_jを決める。

$$G_j = \boxed{K_j I_j \cdot e^{-r} \cdot e^{-d}} + \boxed{K_j I_j \cdot e^{-2r} \cdot e^{-2d}} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n(d+r)} K_j I_j = \frac{K_j I_j \cdot e^{-(d+r)}}{1 - e^{-(d+r)}} = \frac{\gamma \cdot I_j{}^{1-\alpha} S_j{}^{\beta} \cdot e^{-(d+r)}}{1 - e^{-(d+r)}}$$

j+1期のリターンのうち、I_j による部分のj期の現在価値

j+2期のリターンのうち、I_j による部分のj期の現在価値

- 合理的な機関は「$G_j - I_j$」を最大化するように投資額I_jを調節する

最適投資額I^*

$$\frac{d\left(\frac{\gamma \cdot I^{1-\alpha} S^{\beta} \cdot e^{-(d+r)}}{1-e^{-(d+r)}} - I\right)}{dI} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{e^{-(d+r)}}{1-e^{-(d+r)}} \cdot \frac{d\left(\gamma \cdot I^{1-\alpha} S^{\beta}\right)}{dI} = 1$$

$$\Rightarrow \gamma \cdot (1-\alpha) \cdot I^{-\alpha} \cdot S^{\beta} = e^{d+r} - 1$$

$$\Rightarrow I^* = \left(\frac{\gamma \cdot (1-\alpha) S^{\beta}}{e^{d+r} - 1}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \qquad (0 < \alpha < 1)$$

- SとI^*が次のような関係にある

$$\ln I^* = \frac{\beta}{\alpha}\ln S + \frac{1}{\alpha} ln\left(\frac{\gamma\cdot(1-\alpha)}{e^{d+r}-1}\right)$$

$$\ln I_{j-1} = \frac{\beta}{\alpha}\ln S_{j-1} + \frac{1}{\alpha} ln\left(\frac{\gamma\cdot(1-\alpha)}{e^{d+r}-1}\right)$$

$$\ln I_{j-2} = \frac{\beta}{\alpha}\ln S_{j-2} + \frac{1}{\alpha} ln\left(\frac{\gamma\cdot(1-\alpha)}{e^{d+r}-1}\right)$$

$$\ln I_{j-1} - \ln I_{j-2} = \frac{\beta}{\alpha}\ln S_{j-1} - \frac{\beta}{\alpha}\ln S_{j-2}$$

$$\Rightarrow ln\left(\frac{I_{j-1}}{I_{j-2}}\right) = \frac{\beta}{\alpha}\ln\left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right) \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{I_{j-1}}{I_{j-2}}\right)^{\alpha} = \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\beta}$$

- 上記のような合理的な投資をする場合、リターン率KはSとＩと関係なく、

$$K_{I^*} \equiv \frac{e^{d+r}-1}{1-\alpha}$$

→劣化率ｄと現価率ｒが高い大学ほど、毎年の投資額を抑える傾向

時系列モデルへ実装

$$Y_j = S_j - I_j + R_j$$

上記の式のうち、 Y_j、I_jとR_jは測定不可能…三者を取り除くへ

→大学は最適投資を行うと仮定し、IをSに書き換える

$$\ln I^* = \frac{\beta}{\alpha}\ln S + \frac{1}{\alpha} ln\left(\frac{\gamma \cdot (1-\alpha)}{e^{d+r}-1}\right)$$

$$\ln I_{j-1} - \ln I_{j-2} = \frac{\beta}{\alpha}\ln S_{j-1} - \frac{\beta}{\alpha}\ln S_{j-2}$$

$$\Rightarrow ln\left(\frac{I_{j-1}}{I_{j-2}}\right) = \frac{\beta}{\alpha}\ln\left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right) \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{I_{j-1}}{I_{j-2}}\right)^{\alpha} = \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\beta}$$

RをIに書き換える　～一階差分の拡張

- リターンの相当額は年ごとに異なるため、前期との一階差分だけでは取り除けない。

$$R_j = \sum_{n=1}^{j} e^{-dn} K_{j-n} I_{j-n}$$

$$R_{j-1} = \sum_{n=1}^{j-1} e^{-dn} K_{j-n-1} I_{j-n-1} = e^{d} \sum_{n=2}^{j} e^{-dn} K_{j-n} I_{j-n}$$

- 前期のリターンが劣化してなお残っているものは、今期のリターンも受け継いでいる～～

$$R_j - e^{-d} R_{j-1} = e^{-d} K_{j-1} I_{j-1} = e^{-d} I_{j-1} \frac{e^{d+r} - 1}{1 - \alpha}$$

Rの消去

- 実質総額Yについても、$\boldsymbol{Y_j - e^{-d}Y_{j-1}}$を計算することによって、Rが消去できる。

$$
\begin{aligned}
Y_j - e^{-d}Y_{j-1} &= (S_j - e^{-d}S_{j-1}) - (I_j - e^{-d}I_{j-1}) + (R_j - e^{-d}R_{j-1}) \\
&= (S_j - e^{-d}S_{j-1}) - (I_j - e^{-d}I_{j-1}) + e^{-d}I_{j-1} \cdot \frac{e^{d+r} - 1}{1 - \alpha} \\
&= (S_j - e^{-d}S_{j-1}) - \left[I_j - \left(e^{-d}I_{j-1} + e^{-d}I_{j-1} \cdot \frac{e^{d+r} - 1}{1 - \alpha}\right)\right] \\
&= (S_j - e^{-d}S_{j-1}) - \left[I_j - e^{-d}I_{j-1} \cdot \left(1 + \frac{e^{d+r} - 1}{1 - \alpha}\right)\right] \\
&= (S_j - e^{-d}S_{j-1}) - I_{j-1}\left[\frac{I_j}{I_{j-1}} - e^{-d}\left(1 + \frac{e^{d+r} - 1}{1 - \alpha}\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow Y_j - e^{-d}Y_{j-1} - (S_j - e^{-d}S_{j-1}) = I_{j-1}\left[e^{-d}\left(1 + \frac{e^{d+r} - 1}{1 - \alpha}\right) - \frac{I_j}{I_{j-1}}\right]
$$

Iの消去

$$\left(\frac{I_{j-1}}{I_{j-2}}\right)^{\alpha} = \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\beta}$$

$$\frac{\dfrac{Y_j - e^{-d}Y_{j-1} - (S_j - e^{-d}S_{j-1})}{\left[e^{-d}\left(1+\dfrac{e^{d+r}-1}{1-\alpha}\right) - \dfrac{I_j}{I_{j-1}}\right]}}{\dfrac{Y_{j-1} - e^{-d}Y_{j-2} - (S_{j-1} - e^{-d}S_{j-2})}{\left[e^{-d}\left(1+\dfrac{e^{d+r}-1}{1-\alpha}\right) - \dfrac{I_{j-1}}{I_{j-2}}\right]}} = \frac{I_{j-1}}{I_{j-2}}$$

e^{-d}をpとする　　$e^{-d}\left(1+\frac{e^{d+r}-1}{1-\alpha}\right)$をqとする　　$\frac{\beta}{\alpha}$をμとする

$$\frac{Y_j - e^{-d}Y_{j-1} - (S_j - e^{-d}S_{j-1})}{Y_{j-1} - e^{-d}Y_{j-2} - (S_{j-1} - e^{-d}S_{j-2})} \cdot \frac{e^{-d}\left(1+\dfrac{e^{d+r}-1}{1-\alpha}\right) - \boxed{\dfrac{I_{j-1}}{I_{j-2}}}}{e^{-d}\left(1+\dfrac{e^{d+r}-1}{1-\alpha}\right) - \boxed{\dfrac{I_j}{I_{j-1}}}} = \boxed{\frac{I_{j-1}}{I_{j-2}}}$$

$$\frac{Y_j - p\cdot Y_{j-1} - (S_j - p\cdot S_{j-1})}{Y_{j-1} - p\cdot Y_{j-2} - (S_{j-1} - p\cdot S_{j-2})} \cdot \frac{q - \left(\dfrac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\mu}}{q - \left(\dfrac{S_j}{S_{j-1}}\right)^{\mu}} = \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\mu}$$

$$\frac{Y_j - e^{-d}Y_{j-1} - (S_j - e^{-d}S_{j-1})}{Y_{j-1} - e^{-d}Y_{j-2} - (S_{j-1} - e^{-d}S_{j-2})} \cdot \frac{e^{-d}\left(1+\dfrac{e^{d+r}-1}{1-\alpha}\right) - \left(\dfrac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}}{e^{-d}\left(1+\dfrac{e^{d+r}-1}{1-\alpha}\right) - \left(\dfrac{S_j}{S_{j-1}}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}} = \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}$$

Ｙの処理

- 実質総相当額Yも測定不可能なものだが、代理指標として論文数Fが代理指標となる。
- F＝tYと仮定　→$\frac{Y_j}{Y_{j-1}} = \frac{F_j}{F_{j-1}}$
- 数式でYの箇所を前期比にすれば、Fに書き換えられる～～

$$\frac{Y_{j-2}}{Y_{j-3}} \cdot \frac{\frac{Y_{j-1}}{Y_{j-2}} \cdot \left(\frac{Y_j}{Y_{j-1}} - p\right) - \left(\frac{Y_{j-1}}{Y_{j-2}} - p\right) \cdot \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\mu} \cdot \frac{q - \left(\frac{S_j}{S_{j-1}}\right)^{\mu}}{q - \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\mu}}}{\frac{Y_{j-2}}{Y_{j-3}} \cdot \left(\frac{Y_{j-1}}{Y_{j-2}} - p\right) - \left(\frac{Y_{j-2}}{Y_{j-3}} - p\right) \cdot \left(\frac{S_{j-2}}{S_{j-3}}\right)^{\mu} \cdot \frac{q - \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\mu}}{q - \left(\frac{S_{j-2}}{S_{j-3}}\right)^{\mu}}} = \frac{S_{j-2}}{S_{j-3}} \cdot \frac{\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}} \cdot \left(\frac{S_j}{S_{j-1}} - p\right) - \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}} - p\right) \cdot \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\mu} \cdot \frac{q - \left(\frac{S_j}{S_{j-1}}\right)^{\mu}}{q - \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\mu}}}{\frac{S_{j-2}}{S_{j-3}} \cdot \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}} - p\right) - \left(\frac{S_{j-2}}{S_{j-3}} - p\right) \cdot \left(\frac{S_{j-2}}{S_{j-3}}\right)^{\mu} \cdot \frac{q - \left(\frac{S_{j-1}}{S_{j-2}}\right)^{\mu}}{q - \left(\frac{S_{j-2}}{S_{j-3}}\right)^{\mu}}}$$

式を再整理

次のように変数をまとめると…

前年度との業績比

$$\frac{Y_j}{Y_{j-1}} = \frac{F_j}{F_{j-1}} = L_j$$

前年度との受け入れ資金比

$$\frac{S_j}{S_{j-1}} = C_j$$

$$L_{j-2} \cdot \frac{L_{j-1} \cdot \left(L_j - p\right) - \left(L_{j-1} - p\right) \cdot \left(C_{j-1}\right)^{\mu} \cdot \frac{q - \left(C_j\right)^{\mu}}{q - \left(C_{j-1}\right)^{\mu}}}{L_{j-2} \cdot \left(L_{j-1} - p\right) - \left(L_{j-2} - p\right) \cdot \left(C_{j-2}\right)^{\mu} \cdot \frac{q - \left(C_{j-1}\right)^{\mu}}{q - \left(C_{j-2}\right)^{\mu}}} = C_{j-2} \cdot \frac{C_{j-1} \cdot \left(C_j - p\right) - \left(C_{j-1} - p\right) \cdot \left(C_{j-1}\right)^{\mu} \cdot \frac{q - \left(C_j\right)^{\mu}}{q - \left(C_{j-1}\right)^{\mu}}}{C_{j-2} \cdot \left(C_{j-1} - p\right) - \left(C_{j-2} - p\right) \cdot \left(C_{j-2}\right)^{\mu} \cdot \frac{q - \left(C_{j-1}\right)^{\mu}}{q - \left(C_{j-2}\right)^{\mu}}}$$

→L_j、 L_{j-1}、 L_{j-2}とC_j、 C_{j-1} 、 C_{j-2}に関する方程式、パラメータp、 q 、μは推定可能。

ｐ ｑ μ の意味合い

e^{-d}をpとする　$e^{-d}\left(1+\frac{e^{d+r}-1}{1-\alpha}\right)$をqとする　$\frac{\beta}{\alpha}$をμとする

- ｐ→科学知識の劣化の速さを表しており、該当大学の専門分野の配置や行う研究の種別に影響されると思われる。
- q/p→その大学が求めているリターン率Ｋ+1である。Ｋが投資額Ｉの増加によって逓減していく仕組みになっているので、q/pが小さければより低いリターン率でも構わないというより将来のための投資を積極的に行う行動パターンとして解釈できる。q/pはおそらくそれぞれの大学リスク選好や制度などによって決まる。
- μはリターン率Ｋを決定するＩとＳの相対的影響力の関係を示している。μが大きければ大きいほど、投資額Ｉの増加によるリターン率Ｋの逓減が相対的に緩く、即ち、投資しやすいような環境であるといえる。μも学術分野の基本的属性と見られ、該当大学の専門分野の配置や行う研究の種別に影響されると思われる。

→各大学の投資行動を決定する　分析が可能に

→どう安定的に推定すればいいだろうか～～　今後の課題