

地震時の地盤の相対変位に関する一考察

鈴木崇伸¹⁾

1) 東洋大学理工学部、教授 博士 (工学)
e-mail : tsuzuki@toyo.ac.jp

要約

本文は地中構造物の地震時応答に影響を及ぼす地盤の相対変位に関する考察を述べている。地盤の不整形性を地盤固有周期差として表現することにより、相対変位あるいは地盤ひずみを評価できることを提案している。解析的な分析に加えてFEM解析による検証も述べているが、相対変位は地表速度と地盤固有周期差に比例する量であり、地震外力の評価に応用することが可能である。

キーワード： 地盤の相対変位, 地盤固有周期差, 応答震度法, 1次元波動解析, FEM解析

1. はじめに

地下構造物の設計において、不整形性や位相差入力の問題が取り上げられる。水平成層地盤に地震波を鉛直入射する解析では水平方向に相対変位が生じないことを補うためにこれらの工夫が必要とされる。こうした問題を解決するために、地盤-地中構造物を一体化した動的解析が行われるが、相対変位の発生原理を説明できない解析結果では、起こりうる不確実性に対処できないといえる。

地中構造物の設計では地盤の不整形性は地震外力を増大させる要因の一つとされ、共同溝の設計では、地盤固有周期差により断面力を割り増し設計が行われ、また水道管・ガス管の設計では地盤の不整形性により地盤ひずみを割り増し設計が行われている。このほか地盤条件が複雑な場合には地盤の動的解析が推奨され、地盤条件に配慮した設計が求められている。

本報告では、地盤震動の相対変位の特徴について、2本の土柱モデルを使って相対変位の発生メカニズムの分析を行っている。静的な解析によれば、地盤の相対変位は速度と地盤固有周期に比例することが示される。また鉛直1次元の進行波モデルによれば、入力位相差と地盤固有周期差によって相対変位が大きくなることを定量的に示される。筆者を含む研究グループはシールド立坑部に作用する地震時外力を算定するために長距離区間の地盤震動解析を実施している。これらの基礎的知見を有限要素法解析の結果と照合して、その妥当性を検証している。

2. 相対変位の要因

軟弱な層が堆積している場合には地盤は固有周期をもつことが知られており、近接した2地点の地盤変位を次式で表わされる単振動で考える。単振動の特性値である振幅、角振動数、位相の一つを変化させ、相対変位がどのように変化するかを考察する。地点1と地点2では、振幅 A 、角振動数 ω 、位相 δ が異なる単振動を繰り返す。

$$\begin{aligned}d_1 &= A_1 \cos \omega_1(t - \delta_1) \\d_2 &= A_2 \cos \omega_2(t - \delta_2)\end{aligned}\quad (1)$$

角振動数 ω 、位相 δ が同じならば、相対変位は振幅差分の単振動を繰り返すことになる。振動数は2点の振動数が保持される。

$$|d_1 - d_2| = |A_1 - A_2| \quad (2)$$

また振幅、角振動数が同じで位相差だけがある場合には、次式で表される振動となる。角振動数が大きいほど、位相差が大きいほど振幅が大きくなる。この場合も2点の振動数が保持される。

$$|d_1 - d_2| = 2A \left| \sin \frac{\omega(\delta_1 - \delta_2)}{2} \right| \quad (3)$$

次に、振幅と位相が同じで、角振動数が異なる場合を考える。振幅を A 、位相定数を0として計算する。このとき、うなり現象に似た振動があらわれ、最大振幅は2点の振動が逆位相になった時に発生し、元の振幅の合計となる。図1に計算例を示す。振動数は2点の振動数の平均となり、周期的に振幅が増減する。

$$d_1 - d_2 = (-2A \sin \omega_{\text{mod}} t) \sin \omega_{\text{av}} t \quad (4)$$

$$\omega_{\text{mod}} = (\omega_1 - \omega_2)/2, \quad \omega_{\text{av}} = (\omega_1 + \omega_2)/2 \quad (5)$$

2点の振動の相対差には、振幅の差、位相の差、振動数の差が影響するが、地盤震動問題においては、近接した点で起こる現象であることから、位相の差と振動数の差の影響が大きいと考えられる。

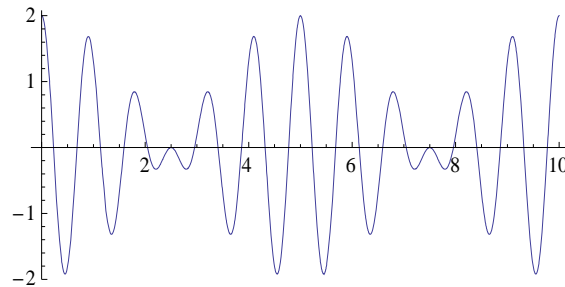


図1 振動数が異なる単振動の相対変位
($A_1=A_2=1$, $\omega_1=2\pi[\text{rad/s}]$, $\omega_2=2.4\pi[\text{rad/s}]$)

3. 地盤の相対変位の推定計算

地震波を基盤から2本の固有周期の異なる土柱に入力し、地点ごとの相対変位を計算する。相対変位は平均ひずみに比例する量であり、地中構造物の軸応答に関連する量となる。静的に水平力を作用させる震度法と、水平成層地盤の波動解を用いて分析する。

(1) 地盤固有周期差

2地点の地盤条件から相対変位がどのようになるか震度法を用いて分析する。高さ H 、単位質量 ρ 、せん断剛性 G の土柱に一定の加速度 α が作用する問題を考える。釣り合い式は

$$Gu'' = -\rho\alpha \quad (4)$$

となる。基盤面で変位が0、地表面でせん断応力が0として解くと

$$u(z) = \frac{\rho\alpha H^2}{G} \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{H} \right)^2 + \frac{z}{H} \right) \quad (5)$$

が得られる。地表面の変位は

$$U = u(H) = \frac{\rho\alpha H^2}{2G} = \frac{1}{2} \left(\frac{H}{V_s} \right)^2 \alpha \quad (6)$$

となり、土柱の高さ H の 2 乗に比例し、せん断弾性波速度の 2 乗に反比例することになる。

次に高さ H_1 と H_2 の 2 本の土柱の相対変位を考える。同位相で変位する場合には相対変位は、

$$\Delta u = U_2 - U_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{H_2^2 - H_1^2}{V_s^2} \alpha \quad (7)$$

2 地点の距離を d として平均ひずみを求めると、

$$\varepsilon = \frac{\Delta u}{d} = \frac{\alpha}{V_s^2} \cdot \frac{H_1 + H_2}{2} \cdot \frac{|H_1 - H_2|}{d} \quad (8)$$

2 本の土柱の平均固有周期 T_g と固有周期差 ΔT_g を計算すると

$$T_g = \frac{2(H_1 + H_2)}{V_s}, \quad \Delta T_g = \frac{4|H_1 - H_2|}{V_s} \quad (9,10)$$

となる。この式を用いて式(7)を表すと

$$\Delta u = \frac{\alpha T_g}{16} \cdot \Delta T_g \quad (11)$$

が得られる。地盤ひずみは加速度と地盤の固有周期、固有周期差の変化率に比例して増大する。慣性力を静的に作用させた計算なので動的な効果が考慮されていないが、地盤ひずみが 2 地点間の地盤固有周期差と距離の比に比例する式となる。また αT_g は応答速度に比例する量となり、相対変位 Δu あるいは地盤ひずみ ε は地表の速度と地盤固有周期差の積に比例することが想定される。

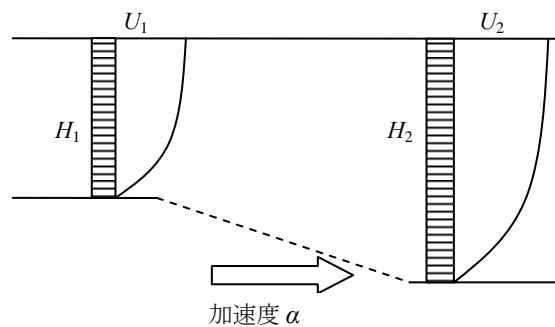


図 2 震度法の計算モデル

(2) 2 層地盤の波動解による計算

震度法による静的解析では位相差の影響が判明しない。そこで 2 本の土柱を地震波動の伝播する基盤上に載せて応答計算を行う。斜め入射も考えるが、入射角 φ は大きくないものとし、表層内では鉛直に波動が進行するものとして近似的に計算を行う。地表面は水平であり、基盤入力高さが変化するとして解析を行う。

地盤固有周期の異なる 2 本の土柱を用いて相対変位を計算する。図 3 に解析モデルを示す。2 本の土柱は 2 層地盤モデルとし、表層のせん断波速度 V_1 と基盤のせん断波速度 V_2 は共通とする。地表位置を合わせれば、基盤深さが $H_2 - H_1$ だけ異なるため、地震動を入射するときに位相差が生じることになる。基盤深さ H_2 の土柱を基準にとれば、 H_1 の土柱の位相差を考慮した伝達関数は次式となる。

$$u_1(\omega) = \frac{2E_2(\omega) \exp\left[\frac{i\omega}{V_2}(H_1 - H_2)\right]}{\cos \frac{\omega H_1}{V_1} + i \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2} \sin \frac{\omega H_1}{V_1}} \quad (12a)$$

$$u_2(\omega) = \frac{2E_2(\omega)}{\cos \frac{\omega H_2}{V_1} + i \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2} \sin \frac{\omega H_2}{V_1}} \quad (12b)$$

H_2 の土柱の伝達関数との差をとることにより、相対変位を計算する伝達関数が求められる。基盤入射波をフーリエ変換して周波数軸で入射波 E_2 を定義すれば、地表の相対変位の時刻歴が計算できる。時刻歴の最大値は地盤ひずみを評価する尺度とできる。せん断波速度を複素数として計算すれば、減衰を考慮した相対変位が計算できる。

$$\Delta u = u_2 - u_1 \quad (13)$$

図4に伝達関数の計算結果を示す。 $H = 20\text{m}$ 、 $V_1 = 100\text{m/s}$ 、 $V_2 = 300\text{m/s}$ 、 $h = 0.1$ 、 $T_g = 0.8\text{sec}$ を基本モデルとし、 $\Delta T_g = 0.08\text{sec}$ 、 0.16sec 、 0.24sec となるように H_1 と H_2 を設定して伝達関数を計算した結果である。地盤固有周期差 ΔT_g が大きくなると伝達関数も増大し、計算される相対変位も大きくなることわかる。伝達関数は ΔT_g に対し単純に比例するかたちとはなっていない。なお図4中の点線は地表応答の伝達関数であり、条件によっては地表応答以上の相対変位が発生することになる。

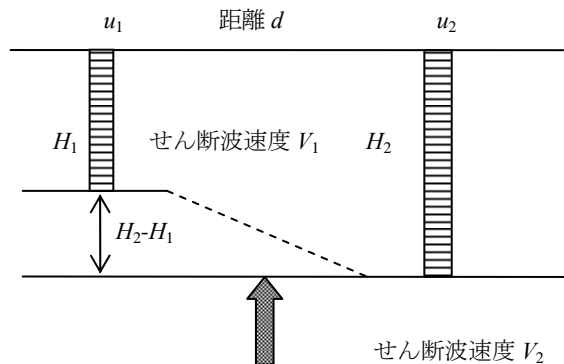


図3 相対変位の計算モデル

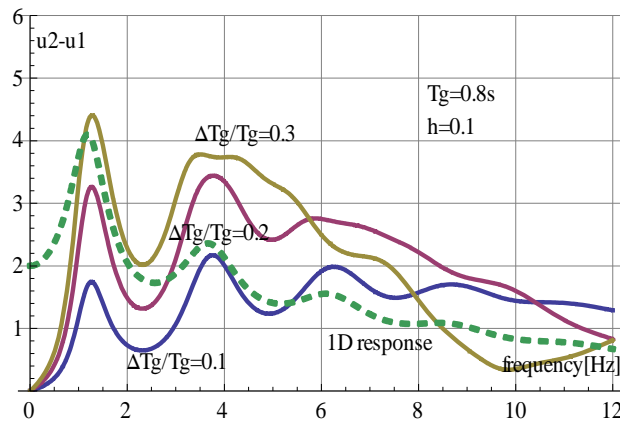


図4 相対変位の伝達関数

($H = 20\text{m}$ 、 $V_1 = 100\text{m/s}$ 、 $V_2 = 300\text{m/s}$ 、 $h = 0.1$)

(3) 斜め入射の場合

ここまでの計算は鉛直方向に進行する波動を仮定している。実際の地震動はある角度をもって地表層に入射すると考えられ、地盤の相対変位あるいはひずみを大きくする可能性がある。

入射角 ϕ は大きくないものとし、表層内では鉛直に波動が進行するものとして近似的に計算を行う。入射角が大きい範囲で硬い地盤から軟らかい地盤に入力をする場合には、スネルの法則により波線の方向がおよそ鉛直となることによる。図5に斜め入射時の解析モデルを示す。地表面は水平であり、基盤入力高さが変化するとして解析を行う。地震波を平面波とし、基盤から地表層に入力する位相差を考慮して伝達関数を作成する。入射角 ϕ の斜め入射では、地表に沿って見かけ上、 $V_2/\sin\phi$ の速さの波動が伝わる。振動数を ω とすると、距離 d だけ離れた点では、 $\omega d \sin\phi/V_2$ だけ位相が変化する。位相変化により、相対変位が発生する。また層厚の違いにより固有周期が変化するとともに、入力位相差が起きる。入力位置の違いによる位相変化は $\omega(H_2 - H_1)\cos\phi/V_2$ となる。以上を整理すると2本の土柱の伝達関数が決められる。

$$u_1(\omega) = \frac{2 \exp\left[\frac{i\omega}{V_2}(d \sin\phi - (H_2 - H_1)\cos\phi)\right]}{\cos\frac{\omega H_1}{V_1} + i \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2} \sin\frac{\omega H_1}{V_1}} \quad (15a)$$

$$u_2(\omega) = \frac{2}{\cos\frac{\omega H_2}{V_1} + i \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2} \sin\frac{\omega H_2}{V_1}} \quad (15b)$$

2式の差を計算すれば、振幅1、振動数 ω の平面波入力に対する相対変位が決まる。任意の地震波を考える場合には、周波数軸で計算した結果を逆フーリエ変換すれば波形が計算できる。

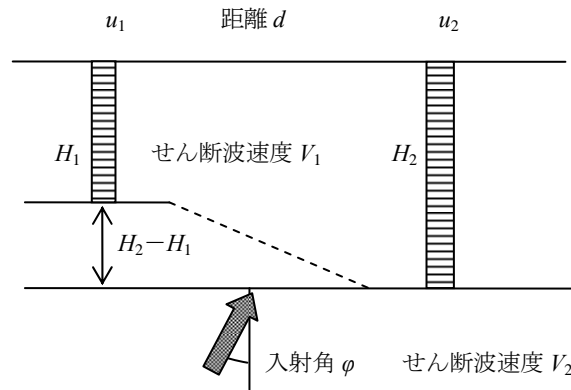


図5 斜め入射の解析モデル

図6に斜め入射時の伝達関数の計算例を示す。2本の土柱の高さは同じとし、入射角の影響だけを計算している。入射角が大きくなるにつれて伝達関数のピークが低振動数側にシフトするとともに、ピーク値も大きくなっている。入射角が小さい場合には図4で示した2本の土柱の固有周期差が小さいケースとよく似た関数となっている。実際の地震動分析では地盤固有周期差のある2本の土柱に位相差入力をする計算を行っている。

入射角が鉛直に近い場合の斜め入射問題を近似的に扱ったが、入射角が大きくなると、SH波あるいはP-SV波入力を入力する問題での解析が必要とされ、地盤ひずみを増大させる要因となる。また斜め入射のほかに地盤ひずみ（相対変位）を増大させる要因として表層地盤の非線形化による固有周期の伸長が考えられる。揺れが大きくなれば地盤の剛性が低下して固有周期が伸び、地盤固有周期差も大きく

なる。その結果地盤ひずみも大きくなる。

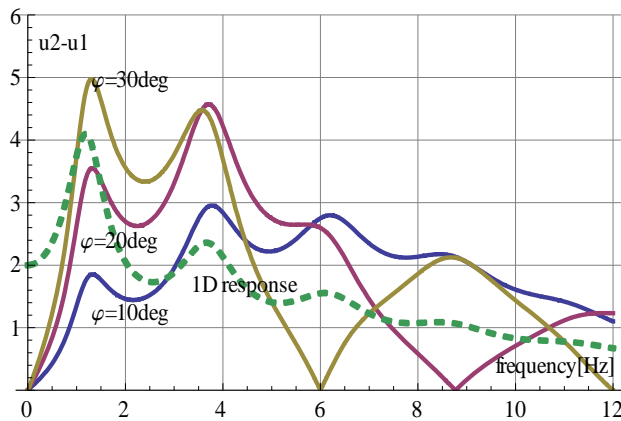


図6 斜め入射時の相対変位の伝達関数の計算例
($H_1=H_2=20\text{m}$ 、 $V_1=100\text{m/s}$ 、 $V_2=300\text{m/s}$ 、 $h=0.1$)

4. FEM解析による検証

(1) 検証の方法

地盤急変部をモデル化したFEMによる応答解析結果を用いて、地盤の相対変位の評価を行う。小泉他はNTTのシールド立坑部に作用する地震力を評価するために東京都心部の長距離地盤震動解析を行っている。図7に解析対象としたルートを示している。虎ノ門から銀座を経て辰巳に至るルートである。虎ノ門から銀座は台地であり、日比谷が低地となる。銀座から辰巳は台地から東京低地に至るルートであり、基盤の落ち込みがある。当該区間のボーリングデータを収集し、全長約6kmの地層をモデル化して応答解析を行っている。入力として兵庫県南部地震の地中の記録と、想定東京湾北部地震の当該エリアの想定波を用いる。解析は等価線形解析として最大ひずみに応じて剛性の低下を見込む計算となっている。

100mピッチで出力点を設定し、地震動の空間変化を分析する。近接2地点の変位時刻歴から相対変位を計算し、最大相対変位を計算する。この相対変位を100mで割れば2地点の平均地盤ひずみとなる。

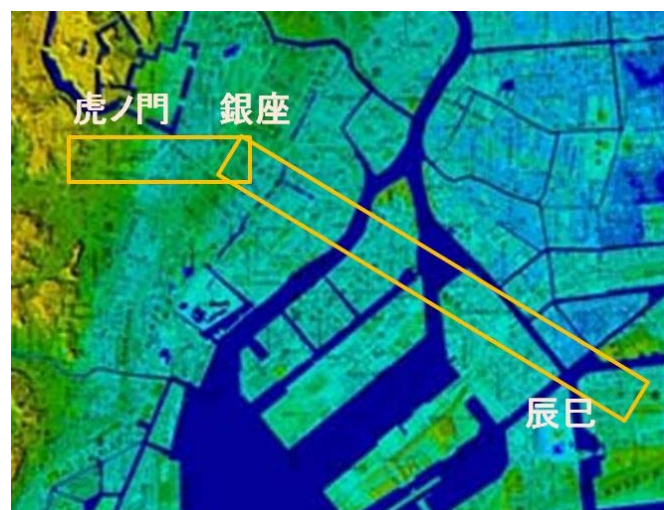


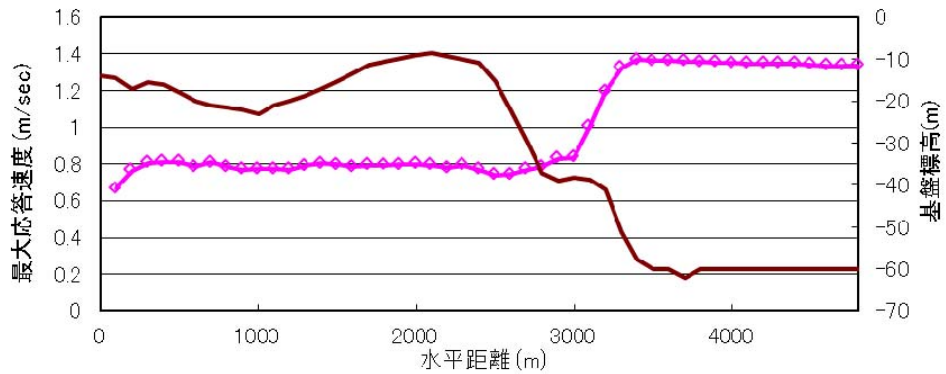
図7 FEM解析の対象エリア

(2) 計算結果

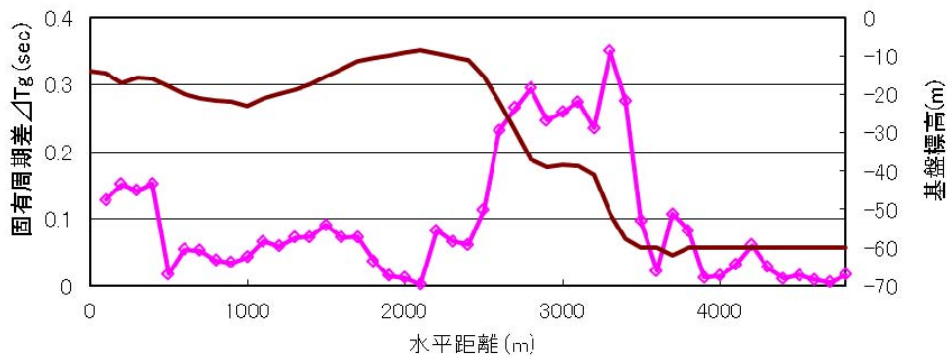
解析対象エリアを2つに分け、2通りの動的解析を行った。想定東京湾北部地震の銀座～辰巳地区の解

析結果を例に分析手順を説明する。図8(a)は地表の水平速度履歴の最大値を100m間隔で出力しプロットした結果である。グラフ中にはボーリングデータに基づいて設定した基盤標高も示している。湾岸部に近づくにつれて基盤が50mほど落ち込んでいるのがわかる。この部分を境界として、陸側では約0.8m/sの速度振幅であり、海側では約1.4m/sの速度振幅となっている。

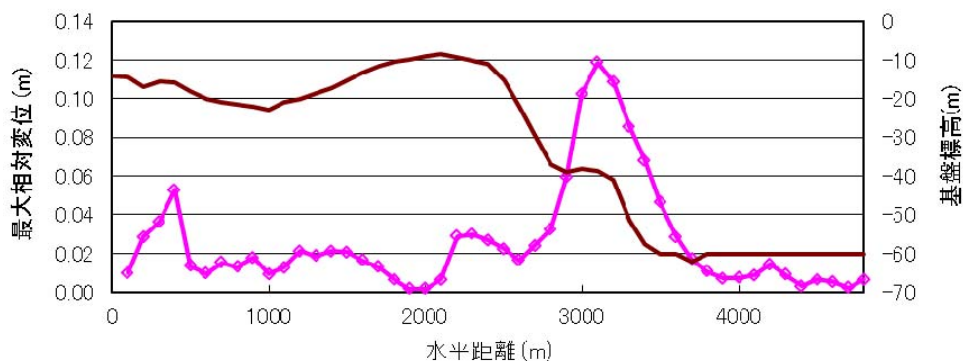
震度6強から震度7の強い揺れが生じ、ひずみが大きくなるために土層の剛性低下が発生する。初期剛性と収束剛性を地盤固有周期で比較すると約2倍になることが確認された。この収束剛性を使って100m間隔で地盤固有周期差を計算したのが図8(b)である。基盤標高が大きく変化する部分で地盤固有周期差は大きくなり、最大0.3s以上になっている。さらに100m間隔の変位時刻歴から相対変位を計算し、最大値を求めたのが図8(c)である。相対変位もまた基盤が落ち込む部分で大きな値となっている。



(a) 最大応答速度の分布



(b) 地盤固有周期差の分布



(c) 最大相対変位の分布

図8 FEM解析の結果（銀座～辰巳，東京湾北部地震）

(3) 相対変位の推定式

他の3ケースも同様の特徴を示す結果となり、FEMの分析結果に基づき式(11)の評価を行ってみる。式(11)は静的な解析結果であり、一定の水平加速度を作用させている。 α を定常加振の加速度振幅、 T_g を周期とすれば、速度振幅は $\alpha \cdot T_g / 2\pi$ となる。このことより応答速度振幅*地盤固有周期差と相対変位を散布図にして両者の相関を調べてみる。

図9は2つの入力地震について計算結果を整理している。入力レベルが異なるため地盤の剛性低下も異なり、応答速度も地盤固有周期差も異なった結果となるが、両者の積と相対変位を対比させると同じ傾向線が表れる。平均線まわりのばらつきは当然異なるが、速度と地盤固有周期差が2地点間の相対変位を決める要因になっていることが確認された。

今回の計算は100m間隔の相対変位であり、相対変位0.1mは0.1%の平均ひずみに相当する。メッシュ単位の最大ひずみはさらに大きくなるが、地盤変位を強制力として構造物に作用させる応答変位法の考え方に合わせれば、100m間隔の相対変位は200m以上の波長に相当し、地震作用の評価として妥当な値を与えると考える。

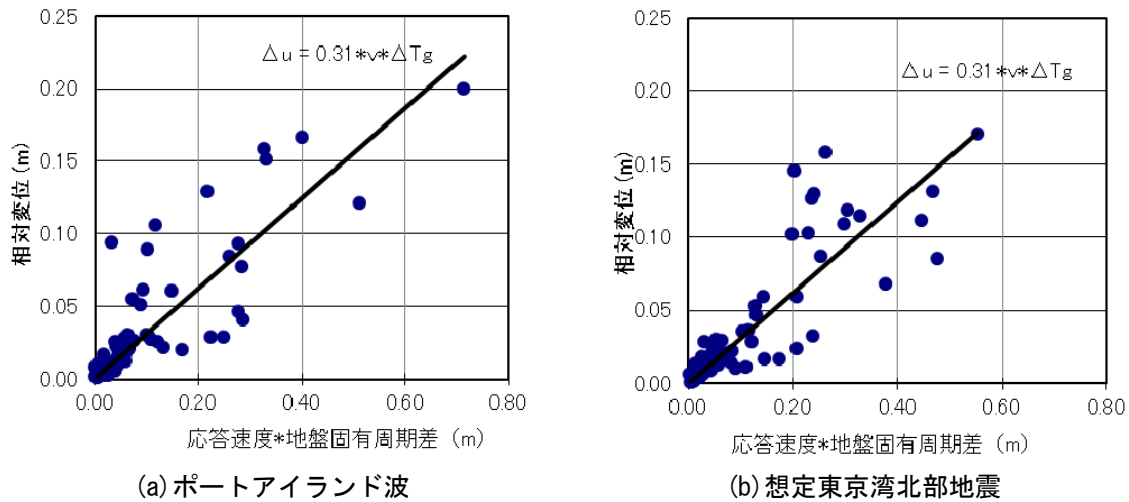


図9 相対変位と速度・地盤固有周期差の相関

5. おわりに

本報告は不整形地盤において発生する地盤の相対変位の発生メカニズムの分析を行っている。2地点の固有周期が異なっている場合の相対変位について、静的あるいは動的な計算モデルを仮定して定式化している。地盤の相対変位を決める要因は速度振幅と固有周期差であり、両者が大きいほど相対変位が大きくなることが示された。FEMによる解析結果を用いて検証すると、平均的にはよい相関が得られモデル分析の妥当性が示された。

しかしながら動的解析結果と平均線には倍半分程度のばらつきがあり、別の要因も影響していると判断される。地中構造物の耐震設計を合理化するために、地震時相対変位あるいは地震時ひずみの解析的検討をさらに進める予定である。

参考文献

- 1) 土木学会地震工学委員会地下構造物の合理的な地震対策研究小委員会編：地下構造物の耐震性能照査と地震対策ガイドライン（案），土木学会，2011.9.
- 2) 日本道路協会：共同溝設計指針，1981.
- 3) 日本水道協会：水道施設耐震工法指針・解説，2009.
- 4) 日本ガス協会：高圧ガス導管耐震設計指針，2000.3.

5) 小泉輝, 瀬川信博, 榎克実, 鈴木崇伸: シールドとう道接続部の耐震性評価に関する研究, 土木学会第33回地震工学研究発表会講演論文集, 2013.10.

A Study on Horizontal Relative Displacement Occurred in Earthquakes

SUZUKI Takanobu ¹⁾

1) Member, Professor, Toyo University, Dr. Eng.

ABSTRACT

This paper presents a study on relative displacement which acts to underground structures in the time of an earthquake. It is concluded that the difference of natural period between the sites generates relative displacement or horizontal strain. Adding to analytical solutions, case studies which are calculated by finite elements method are presented, and the analytical solution is accommodated with the result of the numerical solution. The relative displacement is in proportion to both the amplitude of velocity and the difference of natural periods, then this can be used in designing underground structure.

Keywords: Relative displacement of ground, Difference of natural period, Seismic coefficient method, 1D wave solution, FEM analysis