

# 彩色数を用いたタンパク質の分類

(久留米高専 生物応用化学科<sup>1</sup>、一般科目(理科系)<sup>2</sup>)

○深海陽向子<sup>1</sup>・本梅航羽<sup>1</sup>・柳沙乙里<sup>1</sup>・酒井道宏<sup>2</sup>

キーワード：タンパク質、結び目、p-彩色数

## 1. 緒言

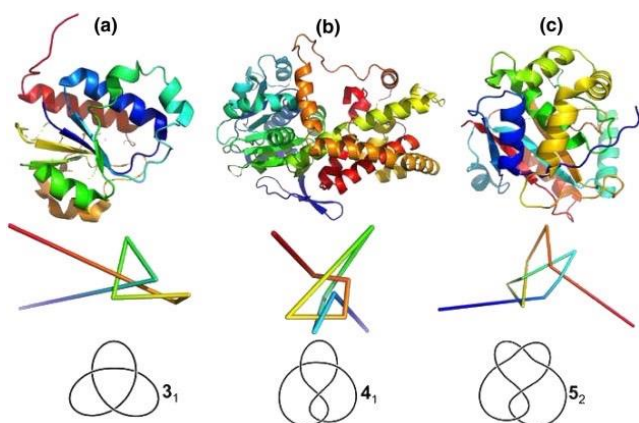
本研究は、「如何にして学習者を深い学びに導けるか?」という問いに対して、知的好奇心の喚起とALの2つの手法を組み合わせて実証を試みる。知的好奇心の喚起は、STEAM教育における工学分野(E)と数学(M)の関連性に着目した学習活動によって実践する。ALは、ゼミ形式の4年次学科横断科目「リベラルアーツ特論」で実践する。結び目の応用として、彩色数によるタンパク質の分類をテーマに扱い、調査結果を報告する。

## 2. タンパク質と結び目の関連性

タンパク質とは細胞を構成する中心的分子であり、アミノ酸をもとに作られる高分子である。元々紐状であるタンパク質を、数学的に解析するため紐の両末端をつなげ、環状にして考えた。今回は、彩色数を用いてその結び目が解けるかどうかを調べ、タンパク質を数学的に分類した。

## 3. 本研究のタンパク質

今回は、(a)Yibk、(b)AHAIR(アセトヒドロキシ酸イソメロレダクターゼ)、(c)UCH-L3の3種類のタンパク質について調べた。それぞれのタンパク質の構造を簡略化したものを環状にした(下図)。



## 4. p-彩色数

結び目がほどこける、ほどこけないかを調べるために重要となる結び目の彩色数を定義する。

<定義>

結び目の投影図の交点の数を  $n$  とすると結び目は切れ目により  $n$  個の曲線に分解される。この曲線のことを弧と呼ぶ。定められた自然数  $p$  に対して、投影図の各弧に1から  $p$  までの整数のうち1つを対応させたものを重みと呼ぶ。重みをつけた投影図を重みのついた投影図と呼ぶ。重みのついた投影図の1つの交点の周りに注目する。

ここで  $x, y, z$  は重みであり、次の条件を考える。これを交点条件と呼ぶ。

$$2x \equiv y + z \pmod{p} \text{ (交点条件)}$$

すべての交点に交点条件を満たすように投影図に重みをつけることが出来た場合、その重みを適切な重みと呼び、適切な重みのついた投影図の総数を  $p$ -彩色数と呼ぶ。

<p-彩色数の計算>

[Table1.彩色数の計算結果]

彩色数 \ 結び目	2	3	5	7
(a)	2	9	5	7
(b)	2	3	25	7
(c)	2	3	5	49

## 5. 結言

Table1の赤字で示したように、a、b、cそれぞれの結び目は違う結び目であることが分かった。よって、数学的にa、b、cを分類できた。また、同じ三葉結び目をとる酵素と(a)の酵素の性質をみると多くは酵素の活性に重要な役割をはたしていることが分かる。このように数学的にタンパク質を分類することで、その酵素の性質が見えた。

<参考文献>

・田村隆明他『基礎分子生物学 第4版』株式会社 東京化学同人(2016)。

お問い合わせ先

氏名：酒井道宏

E-mail：[sakai@kurume-nct.ac.jp](mailto:sakai@kurume-nct.ac.jp)



# 彩色数を用いたタンパク質の分類

(久留米高専 生物応用化学科、一般科目 (理科系) )  
 ○深海陽向子・本梅航羽・柳沙乙里・酒井道宏

1.

## タンパク質と結び目の関連性について

タンパク質とは...  
 細胞を構成する中心的分子であり、アミノ酸をもとに作られる高分子である。

ここでは、元々紐状であるタンパク質を数学的に解析するため、紐の両末端をつなげ、環状にして考えた。

目的：彩色数を用いてその結び目が解けるかどうかを調べ、タンパク質を数学的に分類する。

5.

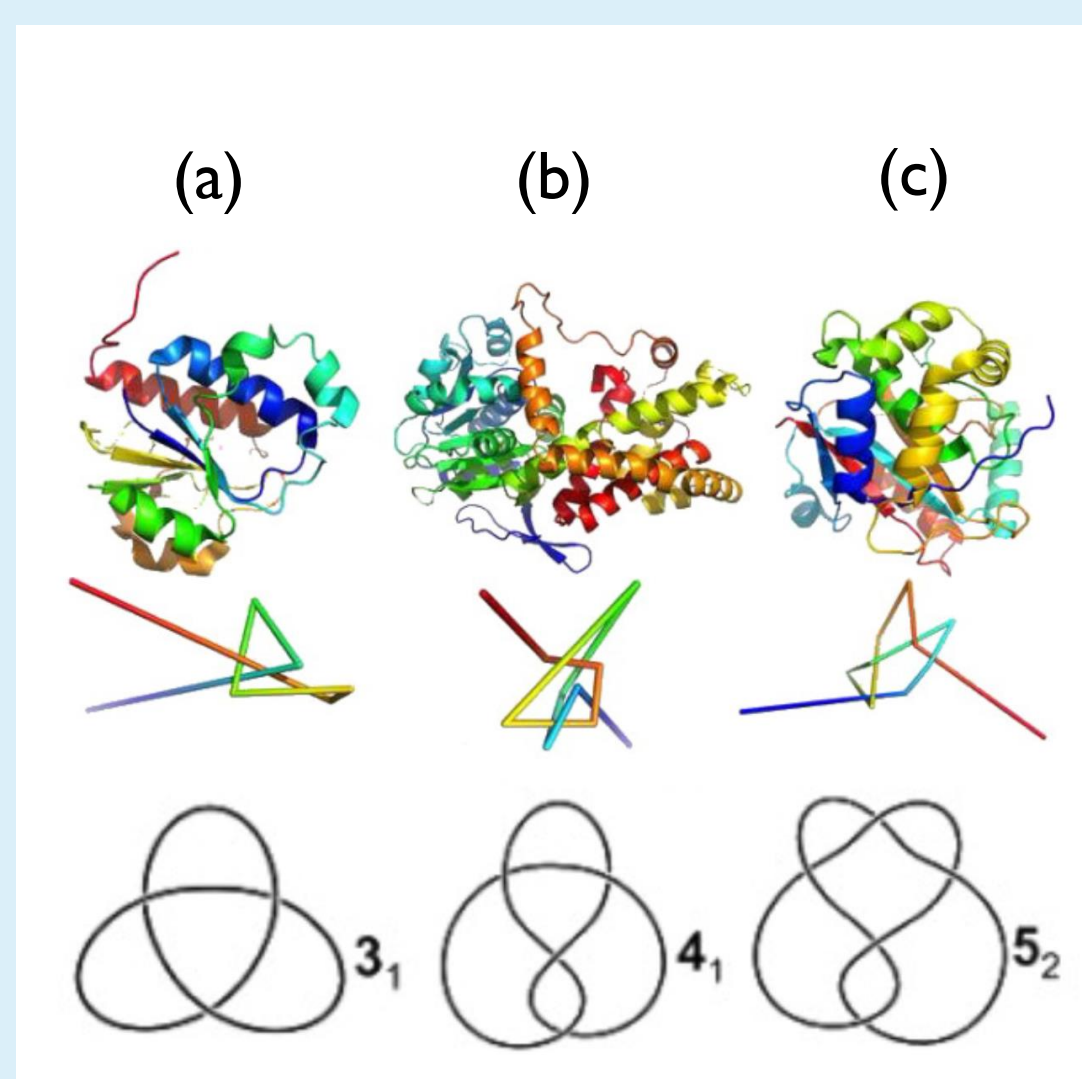
## 彩色数の計算

(交点条件)  $2x \equiv y + z \pmod{p}$

タンパク質A,B,Cの交点に重みをつけ上記の式から、各タンパク質の2,3,5,7-彩色数を計算した。全交点で、交点条件に合う数字の組み合わせを数えた。その数を各彩色数ごとに次の表にまとめた。

2.

## 研究対象のタンパク質



今回は  
 (a)Yibk  
 (b)AHAIR (アセトヒドロキシ酸イソメロレダクターゼ)  
 (c)UCH-L3  
 の3種類のタンパク質について調べた。それぞれのタンパク質の構造を簡略化したものを環状にした。

6.

Table1. 彩色数の計算結果

結び目 \ 彩色数	2	3	5	7
a	2	9	5	7
b	2	3	25	7
c	2	3	5	49

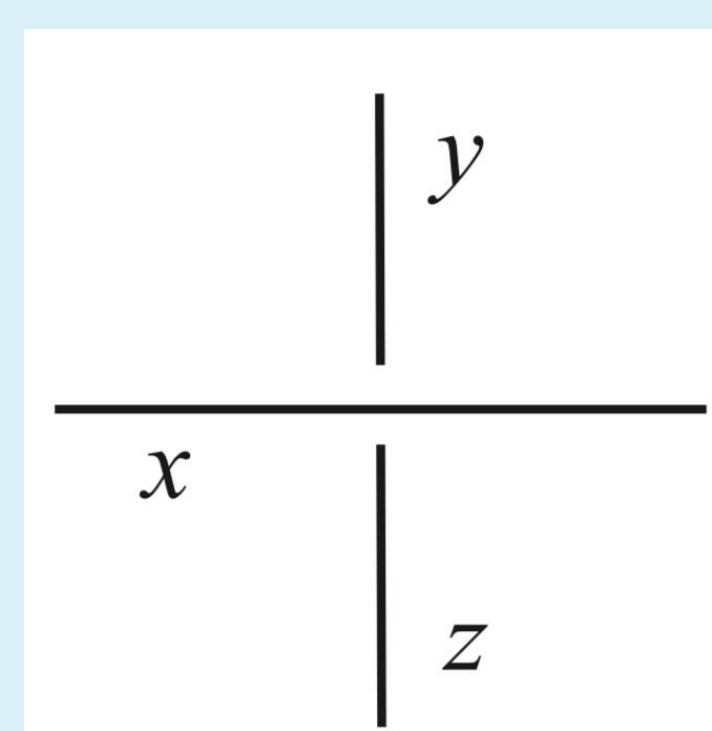
Table1の赤字で示したように、a、b、cそれぞれの結び目は違う結び目であることが分かる。よって、数学的にa、b、cを分類できた。

3.

## 彩色数の定義

結び目の投影図の交点の数をnとすると結び目は切れ目によりn個の曲線に分解される。この曲線のことを弧と呼ぶ。定められた自然数pに対して、投影図の各弧に1からpまでの整数のうち1つを対応させたものを重みと呼ぶ。重みをつけた投影図を重みのついた投影図と呼ぶ。

重みのついた投影図の1つの交点の周りに注目すると、右図のようになっている。



7.

## まとめ

彩色数によって、数学的にa、b、cを分類できた。また、同じ三葉結び目をとる酵素と(a)の酵素Yibkの性質をみると多くは酵素の活性に重要な役割をはたしていることが分かる。このように数学的にタンパク質を分類することで、その酵素の性質が見えてくると考えられた。

4.

## 彩色数の定義

ここでx、y、zは重みであり、重みについて次の条件を考える。  
 $2x \equiv y + z \pmod{p}$  (交点条件)  
 すべての交点に交点条件を満たすように投影図に重みをつけることが出来た場合、その重みを適切な重みと呼び、適切な重みのついた投影図の総数をp-彩色数と呼ぶ。

8.

## 参考文献

- ・基礎分子生物学(第4版),田村隆明,2016.12.1,P51
- ・合同式と結び目を用いた中等教育向けの数学教材の開発及び実践  
[2013-4.pdf \(gifu-u.ac.jp\)](https://www.gifu-u.ac.jp/~math/2013-4.pdf)
- ・Knotted proteins: A tangled tale of Structural Biology  
[Knotted proteins: A tangled tale of Structural Biology - ScienceDirect](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0969212616300011)