

誰でもできる曲率の生成方法

(久留米高専 機械工学科¹、制御情報工学科²、

電気電子工学科³、一般科目理科系⁴)

廣田航大¹・芳谷太樹²・貞方海生³・酒井道宏⁴

キーワード：曲率、軌跡、パラメータ表示

1. 緒言

本稿では、ゼミ形式の4年次学科横断科目「リベラルアーツ特論」で実践しているSTEAM教育における工学分野(E)と数学(M)に着目し、シミュレーションと平面の曲率の関連性について調査結果を報告する。

2. 平面の曲率と曲率の求め方

平面曲線の曲がり方を測る道具として曲率が知られている。曲線の各点が $P(x(t),y(t))$ とパラメータ表示されているとすると、曲率 $\kappa(t)$ は

$$\kappa(t) = \frac{x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)}{\{(x'(t))^2 + (y'(t))^2\}^{3/2}}$$

となる。 $\kappa(t)$ の値が大きければ、曲線の曲がり具合は大きくなる。

3. 動画から曲線の軌跡を作り、曲率を求める方法

まず、動画を撮り、フリーソフト『Kinovea』に動画をインポートする。その後、Kinoveaの機能を用いて軌跡を表示する(図1)。図1の場合、赤線がボールの軌跡である。

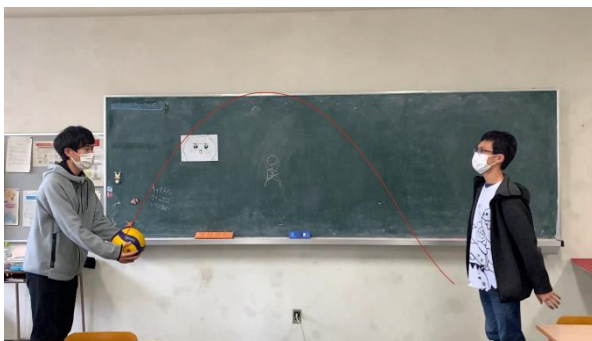


図1 ボールの軌跡

そして、この軌跡をExcelへエクスポートする。エクスポートすることで、軌跡のx座標、y座標、時間経過が表に自動的に表される。次に、x座標、y座標のデータを選択してグラフを作成する。その際、近似式で表す機能を用

いて、近似式を表示する。今回は2次式で近似する。グラフと近似式は、次のように表される(図2)。

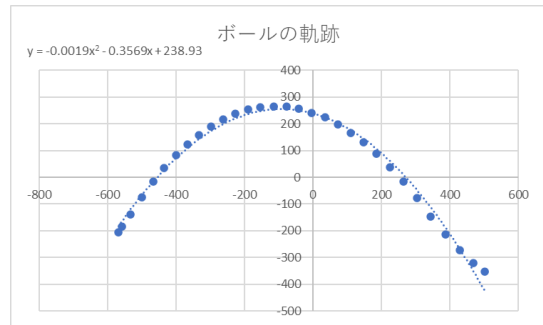


図2 ボールの軌跡の近似式

$$(y = -0.0019x^2 - 0.3569x + 238.93)$$

そして、曲率を求めた結果、以下のようなグラフになった(図3)。

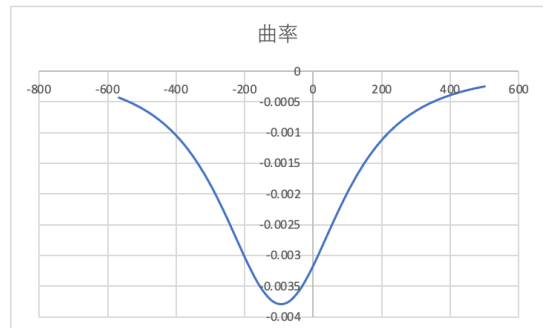


図3 曲率のグラフ

4. 結言

このようにして、動画から曲率を求めることができる。今回は座標を2次式で近似したが、3次元や4次元などのより高次元の近似をすることもできる。

お問い合わせ先
氏名：酒井道宏
E-mail：sakai@kurume.kosen-ac.jp

誰でもできる曲率の生成方法

久留米高専 機械工学科¹、制御情報工学科²、電気電子工学科³、一般科目理科系⁴
廣田航大¹・芳谷太樹²・貞方海生³・酒井道宏⁴

概要

本稿では、ゼミ形式の4年次学科横断科目「リベラルアーツ特論」で実践している STEAM 教育における工学分野(E)と数学(M)に着目し、シミュレーションと平面の曲率の関連性に関する調査結果を報告する。

1. 曲率とは

- 曲線や曲面の曲がり具合を表す度合いのこと
- 値が大きいほど曲がり具合は大きくなる。

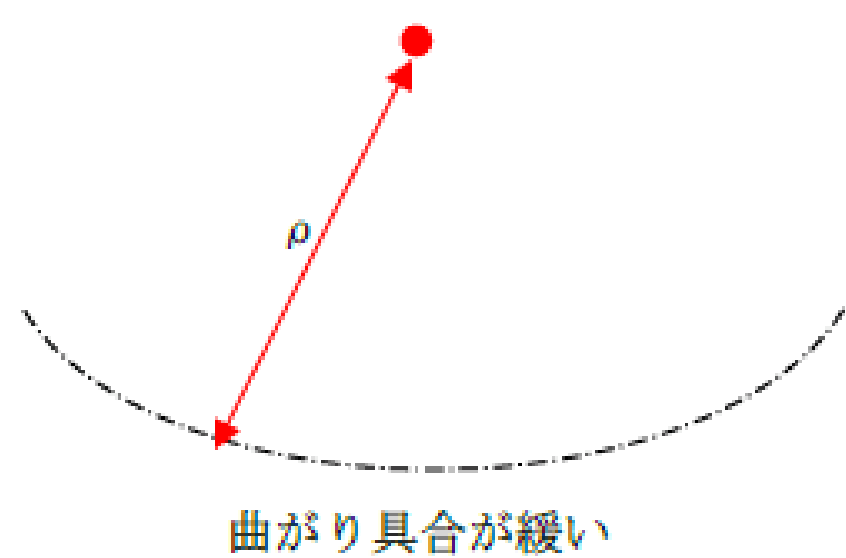


図1



図2

2. 平面の曲率の求め方

- 平面曲線の曲がり方を測る道具として曲率が知られている。
- 曲線の各点が $P(x(t), y(t))$ とパラメータ表示されているとすると、曲率 $\kappa(t)$ は $\kappa(t) = \frac{x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)}{\{(x'(t))^2 + (y'(t))^2\}^{3/2}}$ となる。
- $\kappa(t)$ の値が大きければ、曲線の曲がり具合は大きくなる。

3. 曲線の軌跡を作る

- 動画を撮影し、フリーソフト『Kinovea』に動画をインポートする。その後、Kinovea の機能を用いて軌跡を表示する。
- 赤線がボールの軌跡である。

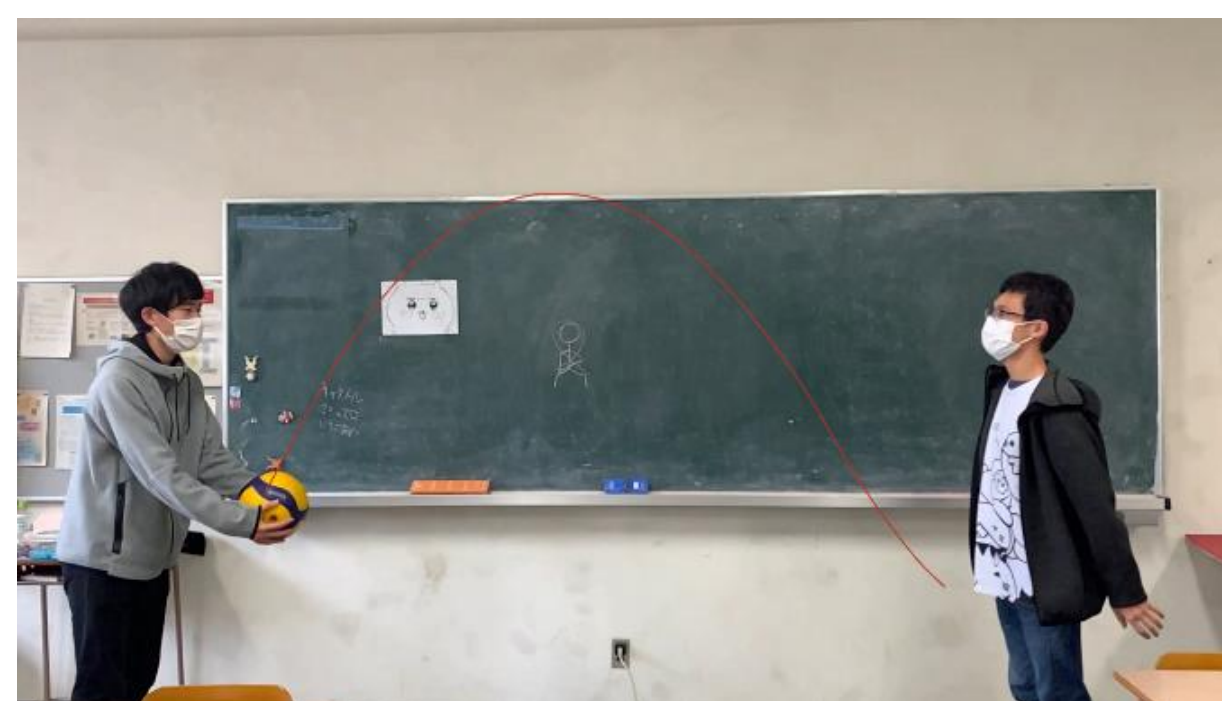


図3

4. 軌跡・曲率のグラフの作成

- 軌跡を Excel へエクスポートする。
- エクスポートすることで、軌跡の x 座標、y 座標、時間経過が表に自動的に表される。
- 表のデータのうち x, y を選択し、グラフを作成する。

表1

Track			
Label: Trajectory 1			
Coords (x,y;px;t:time)			
x	y	px	t
501.71	-351.86	1.67	
467.71	-319.86	1.70	
428.71	-272.85	1.73	
385.71	-213.85	1.77	
342.7	-145.86	1.80	
302.7	-77.87	1.83	
263.7	-16.87	1.87	
224.7	38.14	1.90	
185.7	87.14	1.93	
147.7	131.13	1.97	
109.7	167.13	2.00	
71.71	198.13	2.03	
34.71	224.13	2.07	
-4.28	242.13	2.10	
-41.28	256.12	2.13	

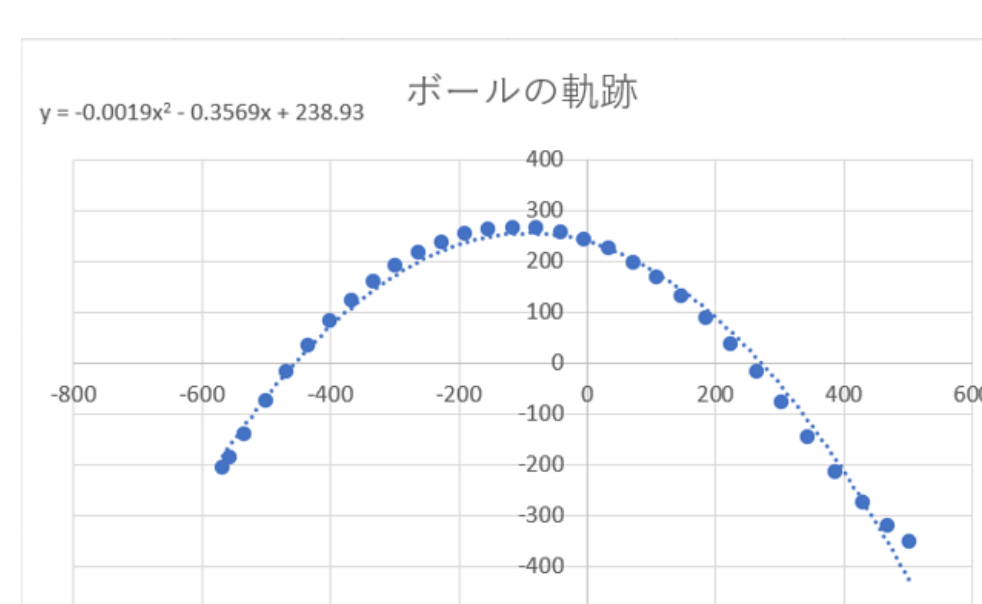


図4

5. 軌跡の曲率の計算

- $y = -0.0019x^2 - 0.3569x + 238.93$
- 上式はボールの軌道の式である。
- 求めた式を $\kappa(t)$ に代入して投げはじめから終わるまでの 0.03 秒間隔で捉えた点の曲率を求める。

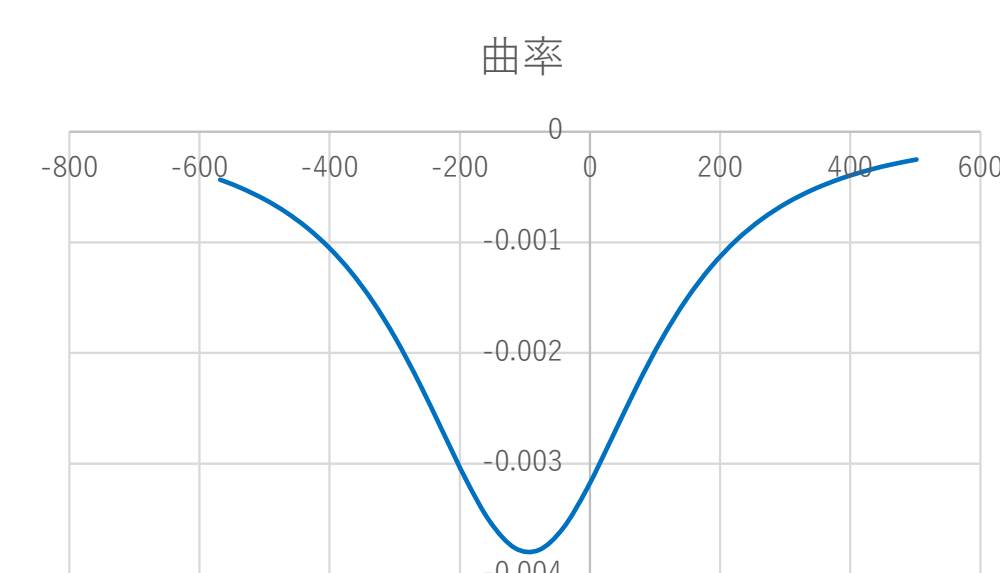


図5

6. 軌跡、曲率のグラフの比較

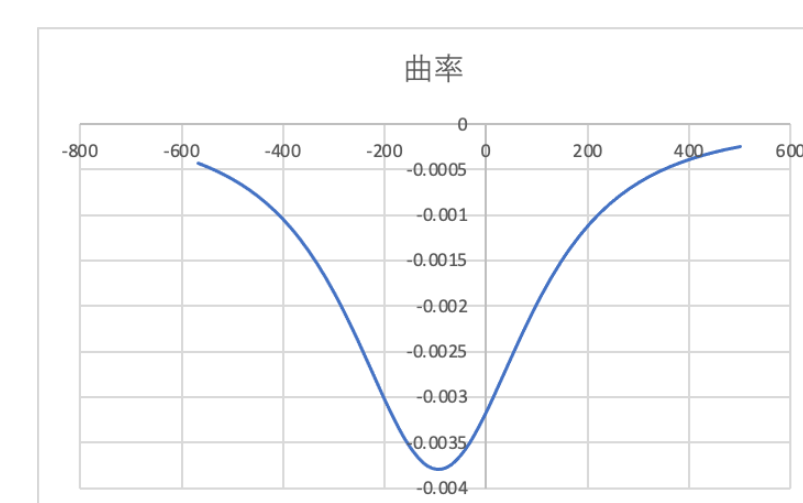


図6

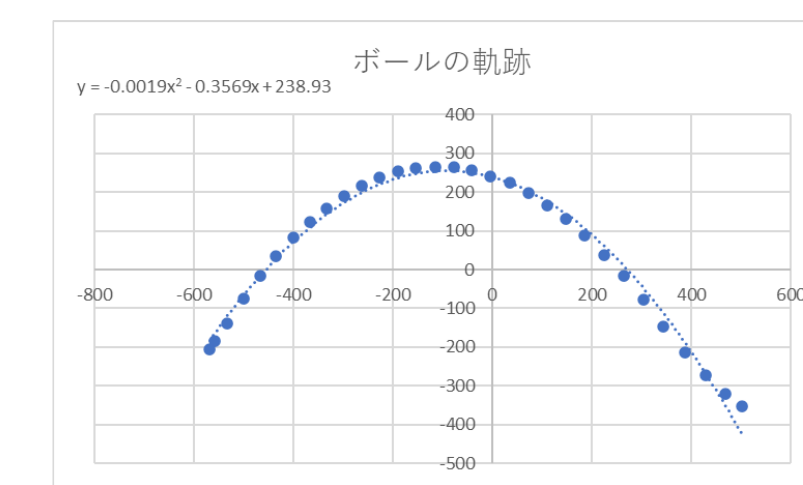


図7

- 2つの図を比較する

- ボールの投げ始めてから頂点に達するまでにかけて曲率の絶対値が大きくなっている

- ボールが頂点に達し曲率の絶対値が最大になった後は減少していく

7. まとめ

- 動画編集ソフト『Kinovea』を用いて動画から軌跡を作成し、Excelにインポートして曲率の計算を行った。
- ボールが頂点に達したとき曲率は最大、頂点の前後では曲率が緩やかに増減していることが分かった。

8. 今後の展望

- 今回はグラフの概形を2次式で近似した。3次式や4次式などのより高次式での近似をすることでより正確に軌跡を求めることができるため、機会があれば野球ボールの変化球や、バドミントンの羽根の軌道などを調査したい。