

(東京高専電子工学科¹、明石高専電気情報工学科情報工学コース²、
香川高専詫間キャンパス情報工学科³、久留米高専一般科目理科系⁴)

○河内悠真¹・井川創一朗²・則包創太³・酒井道宏⁴

キーワード：グラフ理論，Ramsey 問題，地図分析，GNN，テンソルネットワーク

1. 緒言

本稿では、久留米高専の提供する高専間提供科目「リベラルアーツ特論」で学習したグラフ理論について協同学習を行い、そこで得られた応用的な側面について様々な事例を紹介する。グラフとは、節点の集合 V と辺の集合 E の2つにより構成される集合族 $G = (V, E)$ のことである。今日、様々なモデルをグラフに帰着させることで、未解決問題を解くことができたり、分析の高速化が可能になったりすることが分かっている。そこで、我々はグラフ理論の応用的側面について事例紹介と共に述べる。

2. 応用例 1 ; Ramsey 問題^[1]

Ramsey 問題とは、「6 人いれば『互いに知り合いである 3 人組』か『互いに知らない 3 人組』が存在するか」という問題である。6 人を節点とし、二人が互いに知り合いなら赤い辺で結び、知り合いでないなら青い辺で結ぶ。6 人をそれぞれ A から F とする。節点 A について着目すると、BC, CD, DB のどれかが赤い辺で結ばれれば、赤い辺の三角形が作れる。もしそれ以外なら青い辺の三角形が作れる。同様に、ほかの任意の節点に着目すると、同じ色の辺が 3 本以上存在する。よって一般性は失われず、Ramsey 問題が証明できた。

3. 応用例 2 ; テンソルネットワークとの関連^[2]

テンソルネットワーク(TN)とは、ある数理モデルを構成する多数のテンソルを縮約し、図式表示したものをいう。TN は、半グラフとしてグラフ理論に帰着できる。0 階としてのスカラー s は唯一つの節点となり、1 階としてのベクトル \vec{v} は単頂点辺となる。また、内積 $\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle$ は二頂点辺として表せる。このように、TN はグラフ理論を用いて表現することができ、この有用性の検討については今後の課題としたい。

4. 応用例 3 ; グラフ理論による地図分析^[3]

グラフ理論を地図の分析に用いることもできる。例として都道府県の地図を用いる。

各都道府県を辺とし、それぞれの繋がりを節点とする。辺から辺まで移動するコストを実際の距離を関係なく 1 とする。そして、都道府県の中心の調査をする。東京都を例にすると、東京都から栃木県まではコストが 2 かかり、長崎県までの移

動コストは最大の 13 となる。このように、各都道府県の最大コストを調査すると、北海道や鹿児島県が 15 コスト、福井県や京都府が 8 コストとなる。このことから、コストが 8 の都道府県は距離的に日本の中心であると考えられる。

5. 応用例 4 ; GNN を用いた交通網の解析^[4]

Graph Neural Network (GNN) は、交通網のグラフ構造やコンテキスト情報をモデル化し、非ユークリッドグラフ構造を使用して空間依存性を捉えることで、様々な交通予測問題で最先端の性能を達成している。複雑で動的な時間依存性と空間依存性をもつ交通予測問題に対し、GNN は自動で学習ができる。ただ、データセットの品質向上、グラフ間相互作用の予測、グラフ分割法、GNN の出力処理や視覚化などが今後の課題である。転移学習、メタ学習、GAN などの高度な技術との組み合わせにより、克服を目指している。

6. 結言

グラフ理論の応用的側面について検討した結果、様々な分野での応用が見られた。しかし、未だ応用が進んでいない分野も多くあるため、今後も応用性についての検討を進めていきたい。

参考文献

[1] 学び Times, 「ラムゼーの定理と 6 人の問題」, <https://manabitimes.jp/math/770>, 2023 年 12 月 27 日

[2] 檜山正幸のキマイラ飼育記, 「テンソルの可視化のための半グラフ」, <https://m-hiyama.hatenablog.com/entry/2023/08/24/173420>, 2023 年 12 月 27 日

[3] アジマティクス, 「日本の中心はどの県だ? グラフ理論(ネットワーク)の基本的な諸概念」, <https://www.ajimatics.com/entry/2018/01/30/133238>, 2023 年 12 月 27 日

[4] Weiwei Jiang, Jiayun Luo, Graph neural network for traffic forecasting: A survey, Expert Systems with Applications, Volume 207, 2022, 117921.

お問い合わせ先

氏名 : 酒井 道宏

E-mail : sakai@kurume-nct.ac.jp