

黄金比の世界

(久留米高専 制御情報工学科¹、機械工学科²、電気電子工学科³、
生物応用化学科⁴、材料システム工学科⁵、一般科目(理科系)⁶)

○ 澁谷陽来¹・小森悠矢²・江隅一心³・上田ゆみこ⁴・白木沙羅⁴・
古澤七音⁵・豆田嵩翔⁵・酒井道宏⁶

1.

緒言

ゼミ形式の4年次学科横断科目「リベラルアーツ特論(トポロジーと幾何学)」で実践しているSTEAM教育における工学分野(E)、芸術分野(A)、数学(M)の融合、特に芸術分野に留まらず様々な場面で現れる「黄金比」に着目し、その調査結果を報告する。

2.

黄金比とフィボナッチ数列

- 黄金比とは1:1.618(1:1+√5/2)の値で表される比である。身の回りにはこの黄金比が頻りに用いられている。その理由として、
 - 「安定した美観を与える」「調和のとれた美しさがある」
 - 人間の美的感覚を刺激する!
 - その結果、意図せずとも黄金比が用いられてきた。
 - 黄金比とフィボナッチ数列の間には面白い関係が成り立っている。

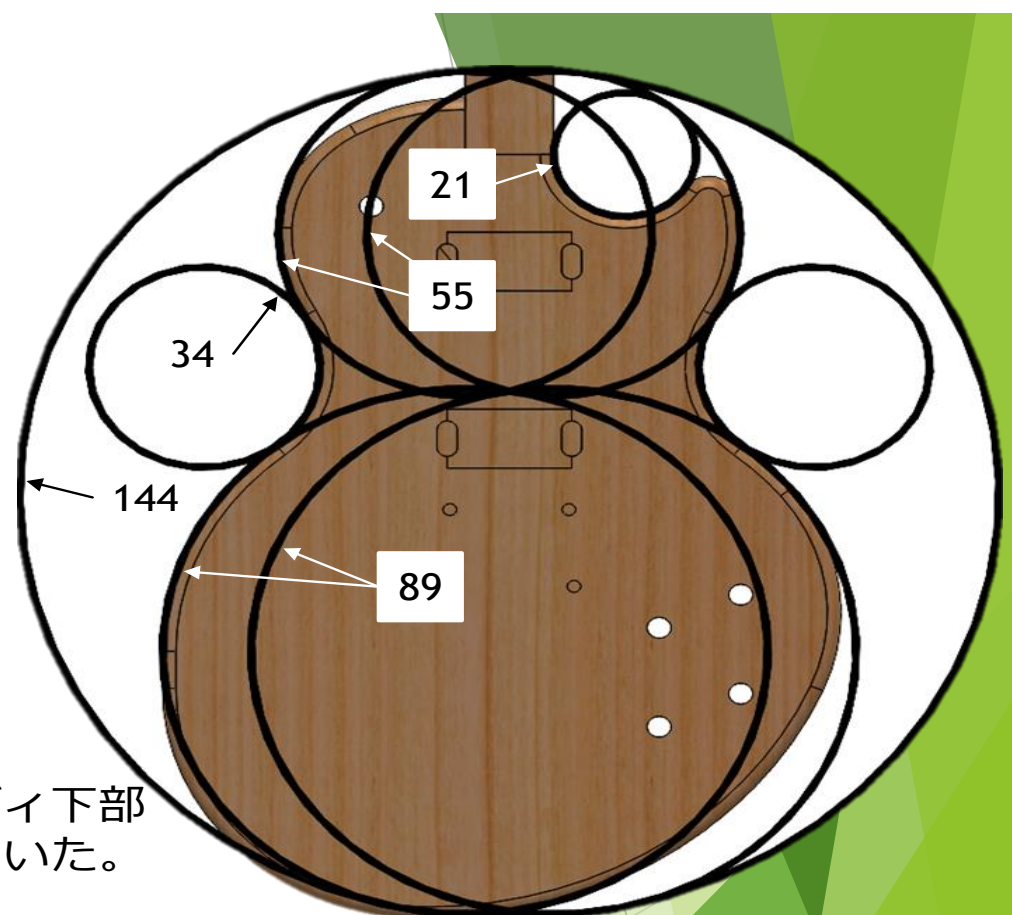
- フィボナッチ数列: 前の2項を足すと次の項が得られる
- 例) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, ...
- フィボナッチ数列の隣り合う2項で分数をつくり新しい数列を作ると、黄金比に限りなく近づいていく。
- 例) 1/1, 2/1, 3/2, 5/3, 8/5, 13/8, 21/13, 34/21, 55/34, 89/55, 144/89, 233/144, 377/233, 610/377

3.

黄金螺旋のデザインへの応用

黄金比や黄金螺旋は建築物や絵画などに多く用いられ古くから人々の心を魅了してきた。これは人間は黄金比や黄金螺旋に「調和のとれた美しさ」を潜在的に感じるからである。今回は、「黄金螺旋等を用いればデザインの知識のない者が設計しても美しくなる」という仮説のもと、ギターの設計を行った。

右図に示すようにボディの大まかな設計には21, 34, 55, 89, 144という数値を用いた。これはフィボナッチ数列の8番目から12番目の数である。フィボナッチ数列には項が進むにつれて隣り合う数の比が黄金比(1:1.618)に近づくという性質があるため、このよく目にする「1, 1, 2, 3, 5, 8, ...」ではなく比較的大きな数である8-12項の数を用いた。



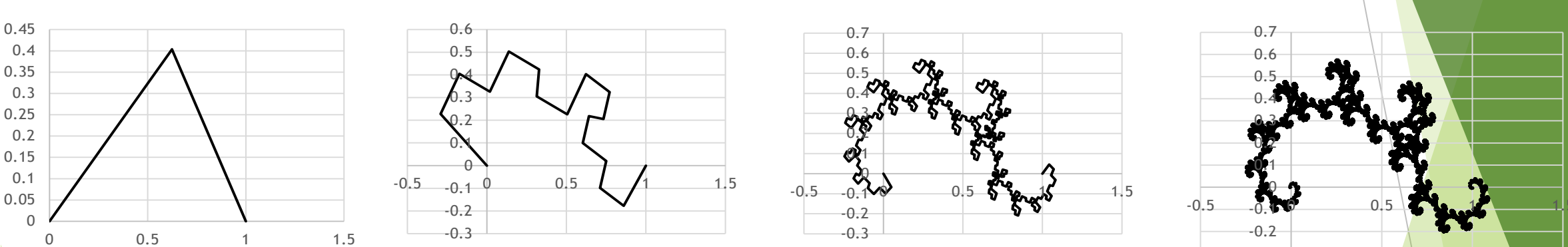
また左図に示すようにボディ下部には黄金螺旋をそのまま用いた。

結果
美しいかどうかは個人の判断に委ねるが収まのいいデザインになった。またレスポール系のギターでボディ下部がアシンメトリーなものは少ないため、個性的な仕上がりとなった。

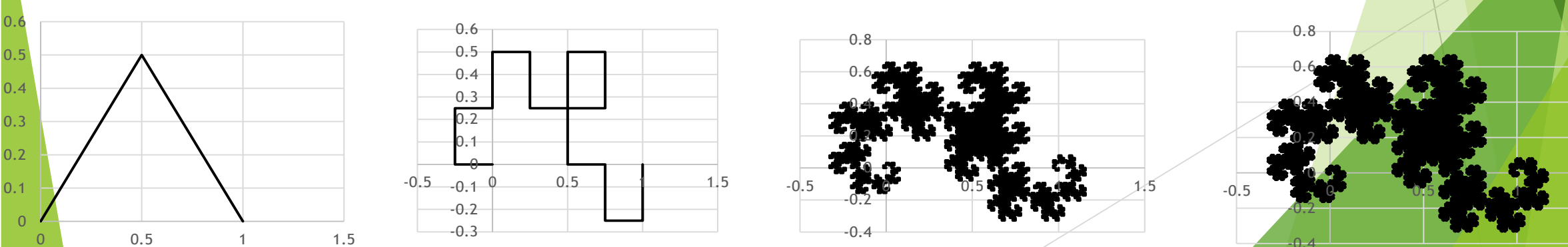
4.

フラクタル

ドラゴン曲線



ゴールドンドラゴン曲線



5.

文字と黄金比

黄金比は美観を持つということから、黄金比を用いてフォントを作れば誰もが使いやすい文字になり便利になるのではと考えた。黄金比 $1 : (\sqrt{5}+1)/2 \approx 1.618$ を使ってAというフォントを作った。

外形が 100 : 1618 底辺が 309 : 500

縦の中心三角形との間隔が 100 : 1618

※右図の白銀比を使ったものを見ると、多少だが白銀比に変えても綺麗に見えた。

作成の方法としては、まず、紙に黄金比になるように計算した寸法を用いて作図した。次にCADを用いて、左右対称かつ黄金比が入られるように工夫し、左図を作成した。最後に、スクリーンショットで撮影したものが左図となる。

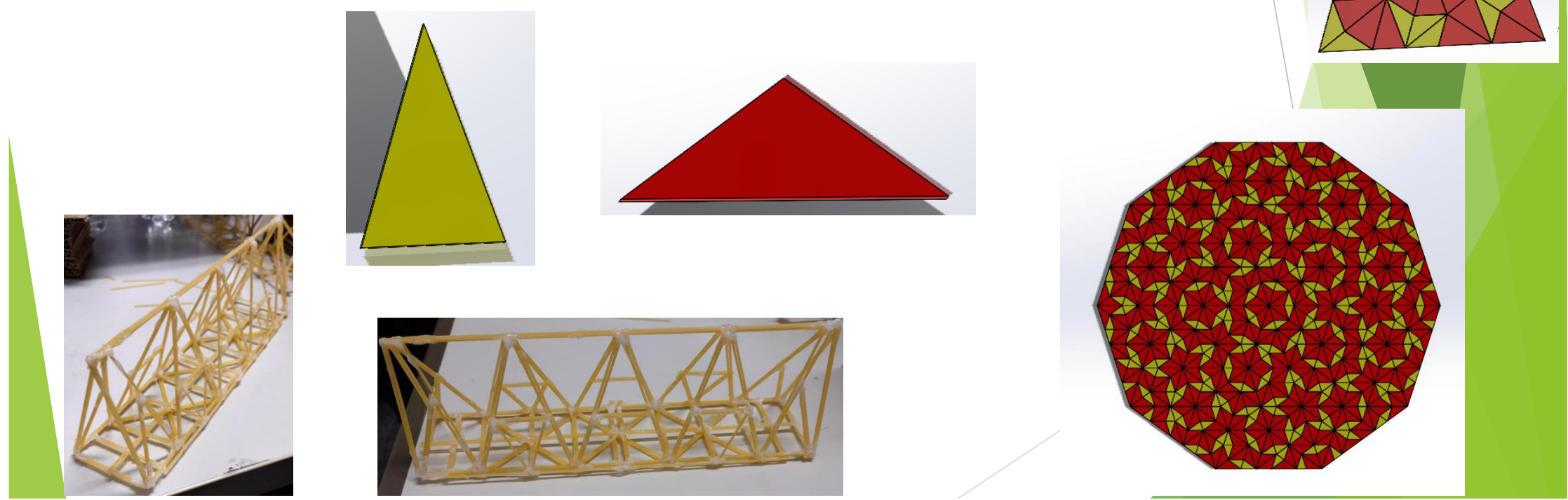
結果
比較的に黄金比で文字を書く綺麗だった。また、周囲のものとの相対的に見ても違和感がなかった。

ABCDEFGHIJ
KLMNOPQRST
UVWXYZ

6.

黄金三角形とペンローズタイル

黄金三角形とは角度がそれぞれ 36° , 72° , 72° の二等辺三角形であり、また 72° の角を2等分する直線を伸ばして2つの領域に分解すると、黄金三角形と黄金グノモン(108° , 36° , 36° の二等辺三角形) ができる。下図の黄色い三角形が黄金三角形であり、赤い三角形が黄金グノモンである。黄金グノモンは、さらに小さな黄金三角形と黄金グノモンに分解できるという特徴を持つ。この2つの図形を用いてを行った。また、この2つの図形を用いてバスタブリッジを作った。



7.

黄金比と準結晶の関係

準結晶とは、結晶と相いれない回転対称性を持つ固体である。

- 準結晶は、その電子回折像に黄金比が現れることが知られている。ここで、右図の Al-Ni-Co 正10角形相の電子回折パターンでも、黄金比が現れるかどうかを計測アプリを用いて調査した。
- 右図の回折点は、一方向に等間隔で並ぶのではなく、とある規則に沿って並んでいることが確認できる。
- 長さの比を調べると、多くの方向に対して約 1.6 の倍数の間隔で並んでいることが分かった。
- 正確には、この数は $(\sqrt{5}+1)/2 = 1.618...$ という無理数であった。

以上のことから、準結晶の電子回折像には黄金比が表れることが確認できた。

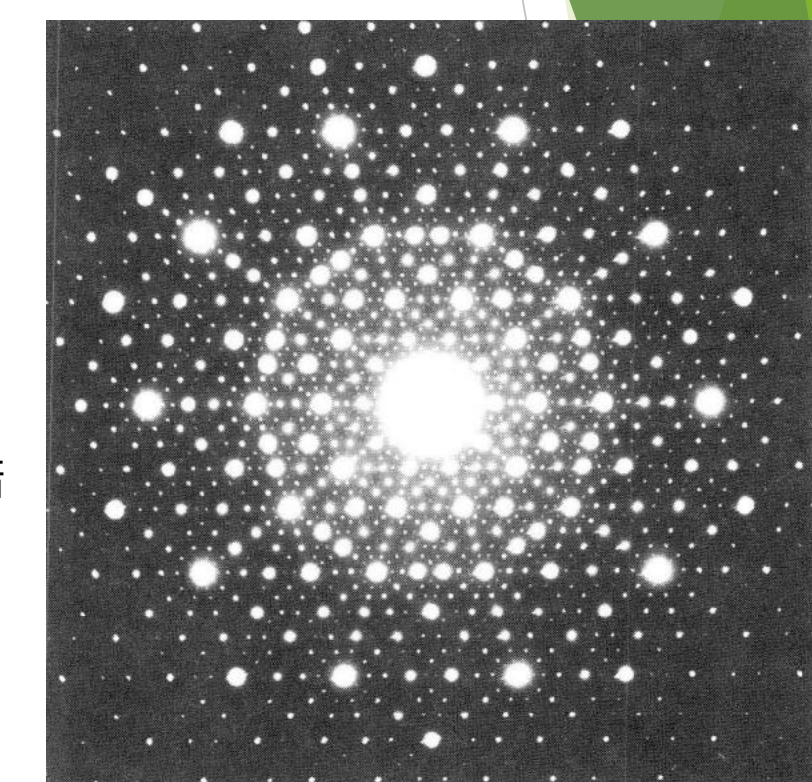


図. Al-Ni-Co 正10角形相の電子回折パターン

8.

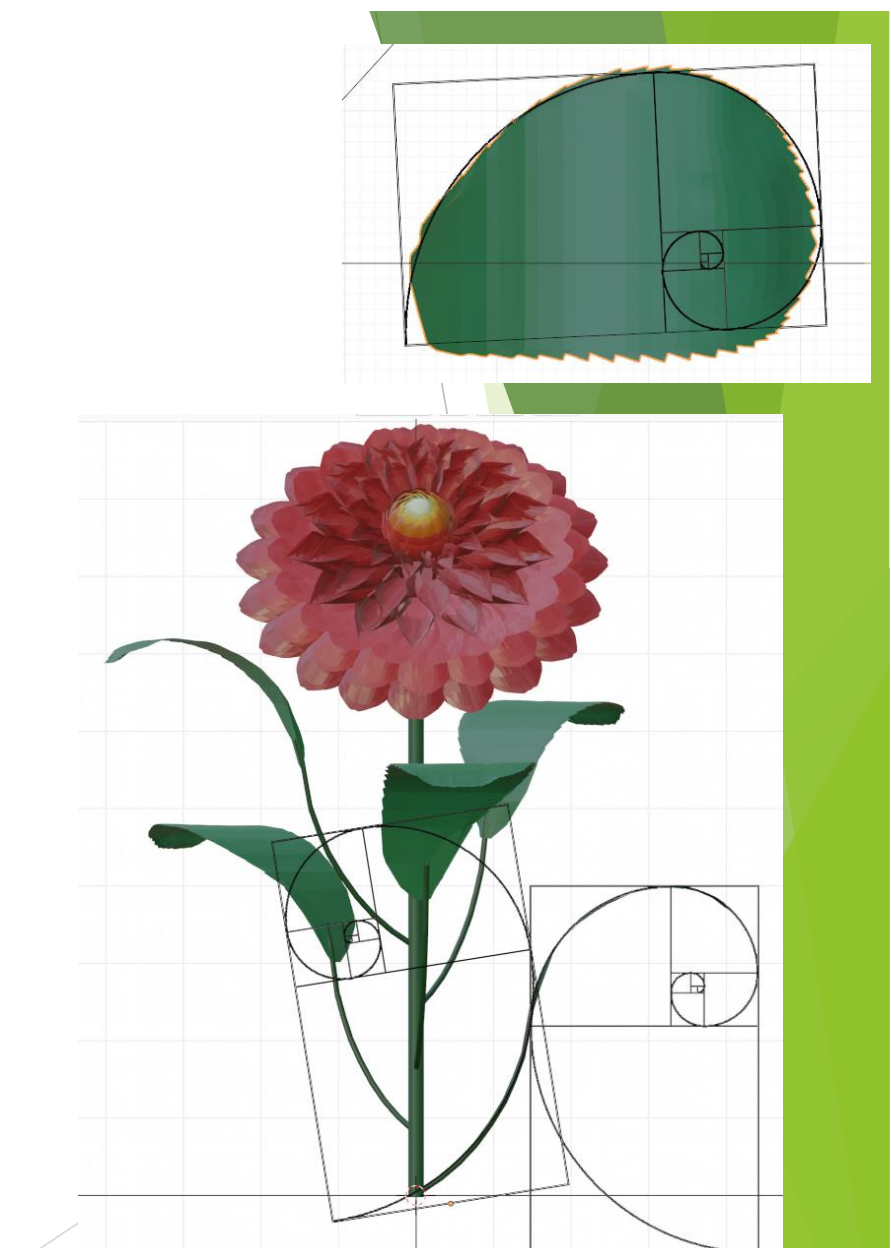
植物と黄金比

3DCGIによる植物のデザイン

植物は、2葉間の開度や花弁の数など、さまざまなところで黄金比がみられることが知られている。今回は、その他の部分でも黄金比を取り入れた植物はどのようなものになるのか興味を惹かれたため、3DCGソフトを用いて実際に植物のデザインを行った。

以下、デザインの際に取り入れた黄金比とそれに関する事柄

- 花弁の部分と茎の部分の比率を黄金比 (1:1.618) になるようにした
- 花弁や葉の枚数をフィボナッチ数にした
- 葉を黄金角(137.5°)の開度になるようにした
- 葉の概形や曲がり具合、葉を生やしている茎の曲がり具合を黄金比の曲線に沿うようにした



9.

結言

自然や人工物など様々な場所に黄金比が存在することが分かり、黄金比を活用し複数の作品を作ることが出来た。黄金比を調査する過程で、白銀比や青銅費など貴金属比と呼ばれるものの存在を知ったので、今後は貴金属比をテーマにした調査を行いたい。

10.

参考文献

- ニッセイ基礎研究所, 中村亮一, 「黄金比φについて(その1) - 黄金比とはどのようなものなのか -」, <https://www.nli-research.co.jp/report/detail/id=66049?site=nli>, 2023年12月25日
- 岡本健太郎(著), 「アートで魅せる数学の世界」, 技術評論社, 2021年
- excite blog, 「幾何学模様のブログ みずすましの図工ノート-ペンローズスタイルの作り方-」, <https://344.exblog.jp/17363319/>, 2023年12月21日
- 阿部英司, 蔡安邦, 「準結晶の局所構造対称性」, https://www.istage.ist.go.jp/article/materia1994/40/1/40_1_59/article/-char/ja/, 2023年12月20日
- ニッセイ基礎研究所, 中村亮一, 「フィボナッチ数列について(その2)-フィボナッチ数列はどこに使用され、どんな場面に現れてくるのか(自然界)-」, <https://www.nli-research.co.jp/report/detail/id=67050?mobileapp=1&site=nli>, 2023年12月16日
- Phi Guitars, 「黄金比の話(3)」, <https://www.phiguitars.com/ja/2023/12/21/golden-ratio-story-3/>, 2023年12月21日