二重円板上の不定値的な Schwarz-Pick の不等式
瀬戸 道生（防衛大学校）

$z = (z_1, z_2)$, $w = (w_1, w_2) \in \mathbb{D}^2$（$\mathbb{D}$ は $\mathbb{C}$ の単位開円板）に対し，

$$\rho(z, w) = \sqrt{\left|\frac{z_1 - w_1}{1 - \overline{w_1} z_1}\right|^2 + \left|\frac{z_2 - w_2}{1 - \overline{w_2} z_2}\right|^2 - \left|\frac{z_1 - w_1}{1 - \overline{w_1} z_1} \cdot \frac{z_2 - w_2}{1 - \overline{w_2} z_2}\right|^2}$$

と定める．ρ は $\mathbb{D}^2$ 上の距離である．

二重円板上の不定値的な Schwarz-Pick の不等式
瀬戸 道生（防衛大学校）

$z = (z_1, z_2)$, $w = (w_1, w_2) \in \mathbb{D}^2$（$\mathbb{D}$ は $\mathbb{C}$ の単位開円板）に対し，

$$\rho(z, w) = \sqrt{\left|\frac{z_1 - w_1}{1 - \overline{w_1} z_1}\right|^2 + \left|\frac{z_2 - w_2}{1 - \overline{w_2} z_2}\right|^2 - \left|\frac{z_1 - w_1}{1 - \overline{w_1} z_1} \cdot \frac{z_2 - w_2}{1 - \overline{w_2} z_2}\right|^2}$$

と定める．ρ は $\mathbb{D}^2$ 上の距離である．

定理 [S]

正則写像 $\psi : \mathbb{D}^2 \to \mathbb{D}^2$ に対し，次が成り立つ．

$$0 \leq \rho(\psi(z), \psi(w)) \leq \sqrt{2}\rho(z, w) < \sqrt{2} \quad (z, w \in \mathbb{D}^2).$$

二重円板上の不定値的な Schwarz-Pick の不等式
瀬戸 道生（防衛大学校）

$z = (z_1, z_2)$, $w = (w_1, w_2) \in \mathbb{D}^2$（$\mathbb{D}$ は $\mathbb{C}$ の単位開円板）に対し，

$$\rho(z, w) = \sqrt{\left|\frac{z_1 - w_1}{1 - \overline{w_1} z_1}\right|^2 + \left|\frac{z_2 - w_2}{1 - \overline{w_2} z_2}\right|^2 - \left|\frac{z_1 - w_1}{1 - \overline{w_1} z_1} \cdot \frac{z_2 - w_2}{1 - \overline{w_2} z_2}\right|^2}$$

と定める．ρ は $\mathbb{D}^2$ 上の距離である．

定理 [S]

正則写像 $\psi : \mathbb{D}^2 \to \mathbb{D}^2$ に対し，次が成り立つ．

$$0 \leq \rho(\psi(z), \psi(w)) \leq \sqrt{2}\rho(z, w) < \sqrt{2} \quad (z, w \in \mathbb{D}^2).$$

補足

- 証明には Riesz の表現定理を本質的に用いる．