

塑性流れ域における構造用鋼の
単軸繰り返し塑性挙動の推定

Prediction of Uni-axial Cyclic Plasticity Behaviours of
Structural Steel in Plastic Flow Region

皆川 勝* 西脇威夫** 増田陳紀***

by Masaru MINAGAWA, Takeo NISHIWAKI and Nobutoshi MASUDA

The authors proposed a cyclic plasticity model for predicting elasto-plastic behaviours of steel structures or members subjected to repetitive loads. The effectiveness of the model was confirmed for prediction of uni-axial stress-strain relations of steel subjected to cyclic strains in strain hardening region. In this paper, the method for evaluating material parameters is modified and stress-strain relations in the plastic flow region are calculated and compared with those relations obtained by experiments.

1. まえがき

著者らは、構造用金属材料で構築される構造物やそれによって構成される構造部材の弾塑性履歴挙動を有限要素法などの数値計算手法によって推定しようとする場合に必要となる、繰り返し塑性モデルを提案した^{1), 2)}。提案したモデルは、Popovらによる多曲面塑性モデル^{3), 4)}を基本として、材料特性パラメータの解釈ならびにそれらの決定方法、状態変数としての累積相当塑性ひずみの評価方法、予測精度の定義などを明確にし、実測による確認・検討の蓄積により構築された実際的構成モデルである。提案モデルに導入されている材料特性パラメータは、特定の実測結果に適合するように調節して決定されるのではなく、通常の引張試験と同様に試験方法が明確に規定された客観的な方法によって決定されるものである。しかも、そのようにして決定される材料特性パラメータを用いた数値計算とそれに対応する実測結果との比較によって、提案モデルの有効性と材料特性パラメータの決定方法の妥当性が著者らによって示されている⁵⁾⁻⁷⁾。

従来、構造工学における繰り返し塑性モデルの提案とその妥当性の検証に関するこの種の研究⁸⁾⁻¹³⁾においては、ほとんどがひずみ硬化領域に至るような 10^{-2} のオーダーのひずみ範囲を対象としている。また、著者らの繰り返し塑性モデルに関する一連の研究^{1), 2), 5)-7)}においても、同程度のひずみ範囲を推定の主

* 工博 武蔵工業大学・助手 工学部・土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1丁目28番1号)
** 工博 武蔵工業大学・教授 工学部・土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1丁目28番1号)
*** 工博 武蔵工業大学・助教授 工学部・土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1丁目28番1号)

たる対象とした。局部座屈や亀裂進展の問題など、局部的な応力状態（あるいはひずみ状態）が問題となる場合には、比較的大きいひずみが繰り返されるときに適用できる繰り返し塑性モデルが必要となることから、このようなひずみ範囲における繰り返し塑性挙動の検討は重要である。

一方、著者らは繰り返し塑性モデルの構造部材への適用例として、鋼はりの曲げモーメント-曲率関係を推定した^{14), 15)}が、これに対応する実測結果によれば、局部座屈などの不安定現象が生じることなく部材に発生し得るひずみのオーダーは、たかだか 10^{-3} 程度であることから、このように塑性ひずみ量としては比較的小さいひずみ範囲においても適用できるモデルの確立が望まれる。

このように、比較的小さいひずみ領域における応力-ひずみ関係に関する研究としてAbel・Muirの研究¹⁶⁾がある。図-1に示すように、Abel・Muirは軟鋼のLuders変形域で予ひずみの増加にともなってBauschinger効果が增大する実験結果を報告し、この現象は予ひずみの増加につれてLuders帯が伝播して塑性変形域が広がり、可動転位密度が増加するために生じると解釈している。Yokoo・Nakamura¹⁷⁾は、初期降伏時の降伏棚上で除荷が発生した場合の同様のBauschinger効果とそれが現われた後に再度降伏に類似した現象が発生することを実験から確認している。Yokoo・Nakamuraらは、測定されている試料内に塑性流れが発生している領域と弾性領域が混在し、それらの平均的な伸びとしてひずみが計測されることによってこの現象が発生するのであると説明している。更に、植原・修行¹⁸⁾も同様の実験結果を報告している。しかし、これらの研究を除けば、 10^{-3} のオーダーのひずみ履歴に対応し得るモデルの提案あるいはその開発といった研究は著者らの知る限り見当たらない。特に、このようなひずみ領域における繰り返し塑性挙動に関する研究は現在のところなされた例がない。

通常、塑性流れ域における履歴応力-ひずみモデルとしては、バイリニア型移動硬化モデルが用いられることが多い。これは、ひずみ硬化の影響を無視するため、応力度を小さく見積るという意味で安全側の評価となることによるものと思われる。しかし、同モデルは上述のような塑性流れ域におけるBauschinger効果をも無視することから、必ずしも安全側の評価となとは言えない。さらに、塑性流れ域におけるBauschinger効果が上述のような変形の不均一によるものであるとしても、そのような現象を表わし得るように平均的な応力とひずみの関係をモデル化することは工学的に意味がある。以上の観点から、本研究では、著者らの提案したモデルにおける材料特性の導入方法を、塑性流れ域でのひずみ履歴にも対応し得るよう改良し、それによる数値計算結果と実測結果との比較によって修正モデルの有効性を示す。

2. 繰り返し塑性モデル^{1), 2)}

履歴応力-ひずみ関係は主応力空間に定義された曲面の拡大・縮小ならびに移動によって表現される。各々の曲面はその大きさを表わす関数 κ と、中心位置の座標を表わすベクトル $\{\alpha\}$ によって定義される。 κ および $\{\alpha\}$ は履歴の進展を示す状態変数 $\bar{\epsilon}_p$ および $\bar{\epsilon}_{p,i}$ の関数であり、それによって κ および $\{\alpha\}$ に履歴の効果が導入される。ここで、 $\bar{\epsilon}_p$ および $\bar{\epsilon}_{p,i}$ はそれぞれ累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分と呼ばれる。 $\bar{\epsilon}_p$ は負荷が開始した時点(t_0)から、最近に除荷が生じた時間(t_c)までの相当塑性ひずみの累積量である。また、 $\bar{\epsilon}_{p,i}$ は時間(t_0)からある時間(t_i)まで多曲面の外側へ向かって単調に載荷が進行した時の相当塑性ひずみの増分量である。

多曲面の配置とひずみ硬化挙動との関連を単軸応力状態について示せば、図-2のようになる。すなわち、(a)図は初期載荷状態の場合の関係を示し、(b)図はある負荷履歴を受けた場合を示している。それぞれ

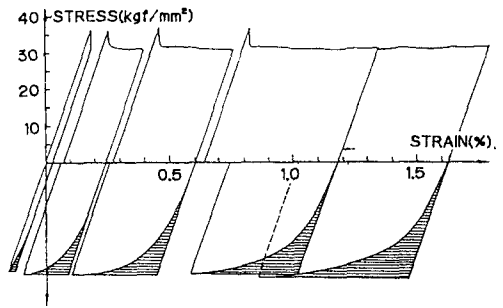


図-1 塑性流れ域におけるBauschinger効果¹⁶⁾

の図において、左図は単軸応力-塑性ひずみ関係を、右図はこれに対応する単軸負荷を受けた材料の2軸応力状態での多曲面の配置を示している。

(a)図において、単軸応力-塑性ひずみ関係としては、初期載荷状態として引張載荷した場合と圧縮載荷した場合の関係を同時に示してある。初期等方性を仮定していることから、両者が示す曲線の形状は等しい。引張載荷した場合と圧縮載荷した場合の応力-塑性ひずみ曲線の形状が等しいということは、多曲面が偏心なく配置されることによって2軸応力空間に表現される。応力-塑性ひずみ曲線上の点pおよび点p'で示される応力の範囲は弾性範囲を示している。この弾性範囲は応力空間においては最も内側の曲面 f_0 の内側として表されている。点aと点a'で示された応力点では同じ塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_{p1}$ が生じている。これらの応力点は、塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_{p1}$ が材料に発生する荷履歴状態を表す曲面 f_1 によって応力空間に表示されている。同様に、塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_{p2}$ および $\bar{\epsilon}_{p3}$ が発生する荷履歴状態を表す曲面 f_2 、 f_3 が同図に表示されている。

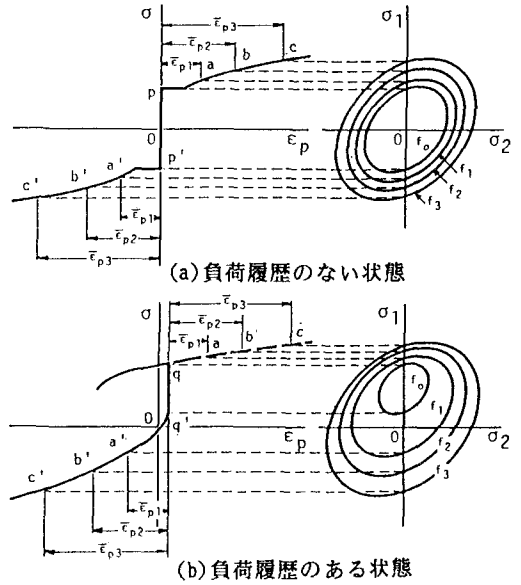


図-2 一軸応力状態での多曲面の配置と
応力-塑性ひずみ曲線の関係

(b)図においては、点qまで載荷した後、除荷して得られる応力-塑性ひずみ関係を実線、点qで除荷しない場合のそれを破線で示した。すなわち、これらの曲線は、点qに相当する荷履歴を受けた状態を初期状態としてそれぞれ引張載荷した場合と圧縮載荷した場合の関係を示していることになる。(a)図の場合と同様に、応力-塑性ひずみ曲線上の点qおよび点q'で示される応力の範囲は弾性範囲を示している。この弾性範囲はやはり曲面 f_0 の内側として表されている。ただし、材料は応力点qに相当する荷履歴をすでに受けていることから、曲面 f_0 の中心はもはや原点にはない。さらに、曲面の大きさ(すなわち、弾性範囲の広さ)も(a)図の場合とは異なっている。点aと点a'で示された応力点では、除荷開始点qからの塑性ひずみの増分が $\bar{\epsilon}_{p1}$ に等しい。これに対応する曲面 f_1 もまた、異なる中心を有し大きさも初期状態とは一般に同じではない。このことは他の曲面についても同様にいえる。ここで、 $\bar{\epsilon}_{p1}$ 、 $\bar{\epsilon}_{p2}$ および $\bar{\epsilon}_{p3}$ は相当塑性ひずみ増分 $\bar{\epsilon}_{p1}$ に対応している。また、累積相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_0$ は点qに相当する荷履歴を受けた状態までに生じた相当塑性ひずみの累積量である。

図-2においては、簡単のために $f_0 \sim f_3$ の4つの曲面のみを示した。しかし、一般的には連続的に無限の曲面群を配置すべきものである。そこで、提案モデルでは代表的ないくつかの曲面の大きさと配置から内挿してその中間での曲面群の大きさと配置を表現することとした。これによって、数個の曲面を扱うのみで、連続的に配置されたすべてのひずみ履歴に対応する無限の曲面群を表現することが可能となる。

なお、繰り返し荷重をうける鋼材のひずみ硬化特性の変化を適切に表現するために、提案モデルでは累積相当塑性ひずみを次のように評価している。

“ある応力-ひずみ径路において生じる相当塑性ひずみのうち、それまでに生じた相当塑性ひずみ幅 $\Delta \bar{\epsilon}_0$ の最大値を越える量のみを累積した量”

ここで、相当塑性ひずみ幅 $\Delta \bar{\epsilon}_0$ とは除荷が発生してから次の除荷が発生するまでに生じる塑性ひずみから計算される相当塑性ひずみ幅を意味する。

多曲面の中心位置の座標を表すベクトル $\{\alpha\}$ は、文献[3]に従って次式によって荷の進展にともなって更新される。

$$\{\alpha_i\} = \{\alpha_j\} + \frac{\{\sigma\} - \{\alpha_0\}}{\kappa_0} (\kappa_j - \kappa_i) \quad (1)$$

ここで、 $\{\sigma\}$ は応力ベクトルを、記号 \sim は更新前の状態を表し、下添字 0 は $\bar{\epsilon}_{p,0}=0$ を意味する。また、下添字 i および j は相当塑性ひずみ増分の値がそれぞれ $\bar{\epsilon}_{p,i}$ および $\bar{\epsilon}_{p,i+d\bar{\epsilon}_p}$ である載荷状態に対応する曲面であることを示す。

文献[1,2]において著者らが提案したモデルにおいては、Popovらのモデルで用いられた式(2)を拡張して、式(3)によって曲面の拡大および縮小を表わす関数 κ （以後、曲面サイズ関数と呼ぶ）を定義した。

$$\kappa = W \kappa_0 + (1 - W) \kappa_{conv} \quad (2)$$

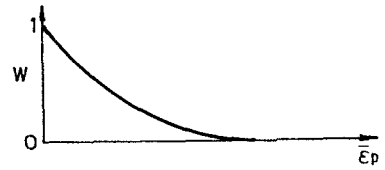
$$\kappa = \begin{cases} W_1 \kappa_0 + (1 - W_1) \kappa_{st} & ; 0 \leq \bar{\epsilon}_p < \bar{\epsilon}_{p,st} \\ W_2 \kappa_{st} + (1 - W_2) \kappa_{conv} & ; \bar{\epsilon}_{p,st} \leq \bar{\epsilon}_p \end{cases} \quad (3)$$

すなわち、Popovらのモデルでは履歴のない場合とそれが定常的になった場合のひずみ硬化特性を示す基本曲面サイズ関数 κ 。および κ_{conv} を用いて、図-3(a)に示すような累積相当塑性ひずみの値に対応して変化する重み関数 W をこれらに対する重みとした重み付きの和でそれらの中間段階でのひずみ硬化特性を表わしている。これに対して、著者らが提案したモデルにおいては、塑性流れ域とひずみ硬化域を有する普通鋼に特徴的なひずみ硬化特性を表現するために、ひずみ硬化が開始する時点に対応するひずみ履歴を受けた後の材料のひずみ硬化特性を示す関数 κ_{st} を材料特性パラメータとして導入した。そして、これに対応して重み関数を図-3(b)に示すように累積相当塑性ひずみの値に対応させて2つに分割した。これによって、特にひずみ硬化するような比較的大きなひずみ履歴を受ける普通鋼の応力-ひずみ関係の推定精度が向上することは、すでに報告した^{(5),(6)}。

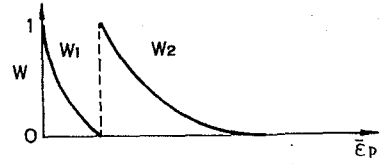
本論文においては、この考え方をさらに拡張して、次式によって κ を定義することとする(*)。

$$\kappa = W_j \kappa_j + (1 - W_j) \kappa_{j+1} ; \bar{\epsilon}_{p,j} \leq \bar{\epsilon}_p < \bar{\epsilon}_{p,j+1} ; j=1 \sim N_b \quad (4)$$

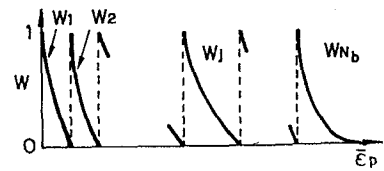
ここで、 κ_j および κ_{j+1} は基本曲面サイズ関数であり、 W_j は履歴による曲面サイズの変化を表わす重み関数である。図-4に示すように、ある限定された累積相当塑性ひずみの範囲 $[\bar{\epsilon}_{p,j}, \bar{\epsilon}_{p,j+1}]$ での曲面サイズ関数の変化は、その範囲を定める境界 N_j および N_{j+1} での曲面サイズ関数として定義される基本曲面サイズ関数 κ_j および κ_{j+1} と、その範囲に対する重み関数 W_j を用いて表現できるものとするということを上式は意味する。基本的に



(a) Popovらによるモデル



(b) 従来の方法



(c) 本論文の方法

図-3 重み関数の定義

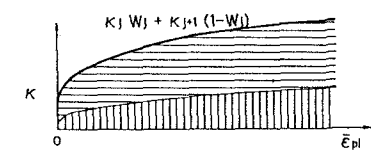
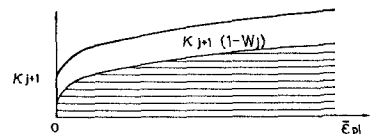
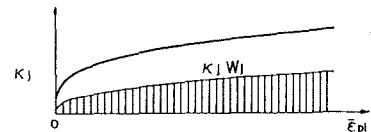
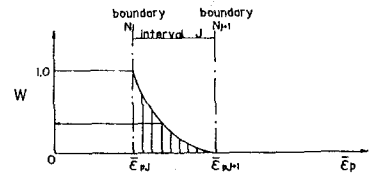


図-4 曲面サイズ関数 κ の定義

* この方法の考え方については、構造工学論文集Vol.34A(1988年3月)において示した。

は境界の数は任意に設定することができるが、設定された境界の数を N_b とすれば、 N_b+1 個の基本曲面サイズ関数と図-3(c)に示すような N_b 個の重み関数が必要となる。ここで、境界数 N_b は対象とする材料の特性や要求される推定精度に応じて適宜設定する。Popovらのモデルは式(4)において $N_b=1$ とした場合に、また、著者らの先に提案したモデルは $N_b=2$ とした場合に対応している。

なお、式(4)のように2つの基本曲面サイズ関数の重み付きの和で曲面サイズ関数 κ を表現しようとするれば、これらの3つの関数が $\varepsilon_{p,i}$ の関数として測定されることから、重み関数もまた $\varepsilon_{p,i}$ の関数となることは既に報告した^{1),2)}。しかし、著者らの実測結果によれば、基本曲面サイズ関数として κ_{st} を導入すれば、ひずみ硬化領域における重み関数は ε_p のみの関数として差し支えないことが確認されている⁵⁾。これに対して、本論文で扱う塑性流れ領域については、普通鋼の場合の関数 κ_o と κ_{st} の関数形状が非常に異なるため、重み関数を $\varepsilon_{p,i}$ に対して一定とすることには問題がある。しかし、後述するように、実測値から得られるこの領域における重み関数値と $\varepsilon_{p,i}$ の関係は複雑であり、 ε_p と $\varepsilon_{p,i}$ の関数としての重み関数を定めることは容易でない(図-8参照)。そこで、本研究ではそのようにして重み関数を決定することを避け、付加的な基本曲面サイズ関数をこの領域に導入することとした。この場合、基本曲面サイズ関数はすべて実測されたものを用いるため、それらの履歴の段階でのひずみ硬化特性に実測結果を忠実に反映することができる。したがって、方法の簡単さのわりに精度の向上が期待できる。以上のことから、本研究では重み関数はすべて累積相当塑性ひずみ ε_p のみの関数とした。

3. 測定方法および数値計算方法

(1) 数値計算方法

数値計算によって構造物あるいは構造部材の弾塑性解析を実施する方法は種々あるが、本研究ではこの種の問題のための解析法として最も一般的であると考えられる有限要素法を用いることとした。用いた解析システムとしては、山田らによる既存の弾塑性有限要素解析システム^{17),18)}に提案した繰り返し塑性モデルを導入して著者らが構築したもの^{1),2)}を用いた。解析対象は、構造用鋼材により製作された中実丸棒試験片である。その形状と寸法を図-5に示す。本数値計算例においては、対称性を考慮して試験片の2分の1の領域を軸対称問題として解析した。

(2) 測定方法

測定方法および試験の実施方法は文献[1,2]で述べた”材料特性を求めるために実施した基本測定”と同様であり、その概略は以下の通りである。

①試験片：図-5に示した中実丸棒試験片(18mm ϕ)

②試験機：金属試験用チャックを装着した30tonサーボ型
万能疲労試験機

③载荷方法：試験片の平行部の軸方向ひずみ制御による引張圧縮载荷(ひずみ速度は0.0001mm/mm/sec)

④検出器：荷重はロードセルにより、ひずみは塑性域用ひずみゲージ(東京測器研究所製 YL-5)による。

なお、前述したように、塑性流れ領域においては変形が不安定であるため不均一な変形が生じやすい。そこで、ひずみゲージは中央断面に90°間隔で4枚貼付し、それらの平均値をひずみ値とした。

(3) 推定精度の定義

著者らは、提案した繰り返し塑性モデルによる推定結果の妥当性を定量的に検討するために、数値計算による引張圧縮応力-ひずみ関係の推定精度を定義した⁷⁾。本研究においても、数値計算結果及び実測結果における同一のひずみ径路上での応力値の相違として定義される次式で推定誤差を評価することとする。

$$\gamma_i = \frac{\int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_{i+1}} |\sigma_{i, \text{calculation}} - \sigma_{i, \text{experiment}}| d\varepsilon_i}{\int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_{i+1}} |\sigma_{i, \text{experiment}}| d\varepsilon_i} \quad (5.1), \quad \gamma_{\text{total}} = \sum_{i=1}^N \gamma_i \quad (5.2)$$

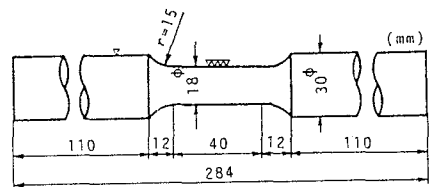


図-5 試験片の形状と寸法

γ_i は応力-ひずみ曲線の半径路における 推定誤差であり、 γ_{total} は全半径路に関する値を示している。上式において、 σ_i および ϵ_i は、第(i)半径路における反転点からの応力増分およびひずみ増分である。 (t_i) および (t_{i+1}) は第(i)半径路および第(i+1)半径路の開始点を示す。また、Nは半径路数を表わす。図-6は式(5.1)の意味を模式的に示している。誤差量 γ_i は、ある半径路において同一のひずみに対応して計算と実測によって求められる応力値がどの程度

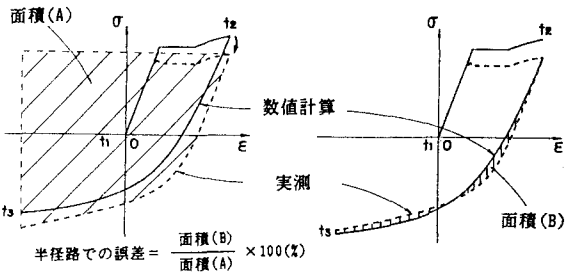


図-6 履歴応力-ひずみ関係の推定誤差の定義

異なっているかを示す量である。対象となるひずみ半径路の開始点での応力-ひずみ点を一致させて、数値計算と測定で得られた応力-ひずみ曲線を重ね合わせる。この時、これらの曲線の差は面積(B)で表わされている。また、誤差量の無次元化のための基準量としては、そのひずみ半径路でなされた内部仕事に相当する面積(A)を用いる。なお、式(5.1)の分母と分子が共に絶対値となっていることから、推定された応力-ひずみ曲線と測定されたそれが交差することによる誤差量の打ち消しは生じない。

4. ひずみ硬化域における推定精度^{(1), (2), (19)}

主としてひずみ硬化域においてひずみの顕著な繰返しが生じる場合を検討の対象として計算された応力-ひずみ関係と、対応する実測結果を比較した結果を図-7に示す。対象とした鋼材はSM41A, SM50YBおよびHT70であるが、ここではSM41Aの結果のみを示す。右図は、提案モデルとその基本としたPopovらのモデルを用いた数値計算によって得られた履歴応力-ひずみ関係を比較して示したものである。同左図には、提案モデルによる計算結果と実測結果を比較して示した。ここで示した結果は、基本的な材料試験の結果を用い

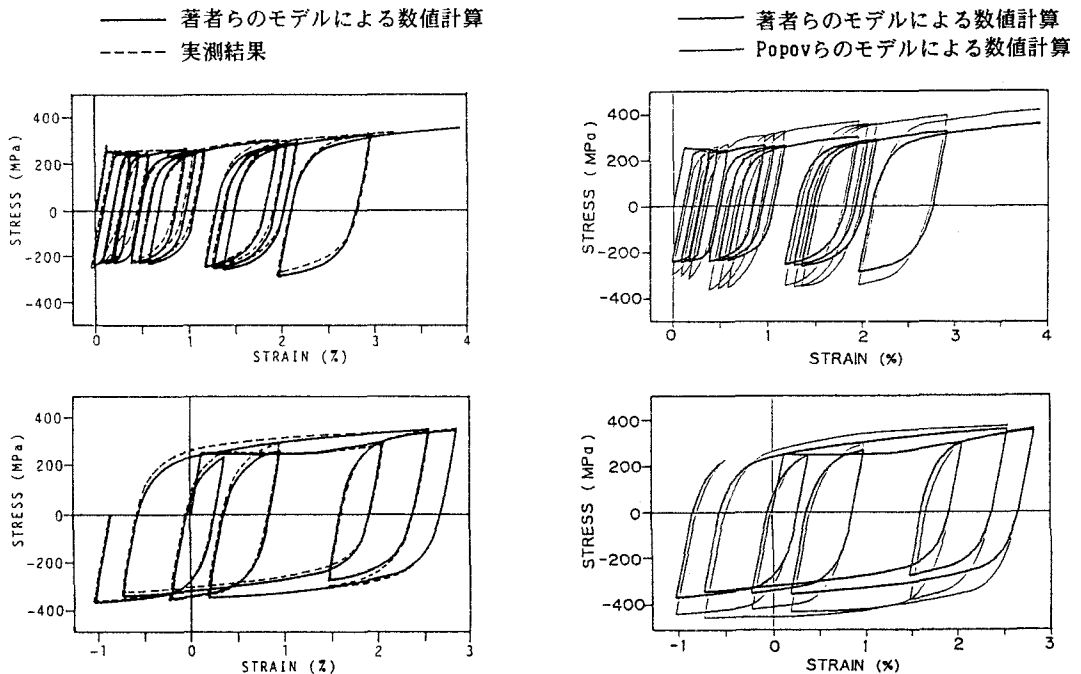


図-7 ひずみ硬化域における従来の方法による推定精度⁽¹⁹⁾

て材料特性パラメーターを決定し、これを用いた数値計算によって得られた応力-ひずみ関係と、基本的な材料試験とは全く別に実施された載荷試験において測定されたそれらの関係を比較したものである。なお、用いた材料特性パラメーターは統計的な意味で必ずしも十分な量の実験結果に基づいて決定されたものではなく、それ自身にも誤差が含まれている。このことを考慮すれば、ここで示した結果は非常に満足できるものである。しかし、 10^{-3} のひずみのオーダーで繰り返しひずみが生じる場合、この領域でのBauschinger効果の急激な変化を表現し得るような配慮がなされていないため、数値計算結果と実測結果の相違が大きい。

5. 塑性流れ域における推定精度

(1) 従来の方

式(3)を変形して得られる次式によって、普通鋼の降伏棚域における重み関数 W_1 が評価できる。

$$W_1 = \frac{\kappa_{st} - \kappa}{\kappa_{st} - \kappa_0} \quad (6)$$

ここで、同式の右辺に含まれる3つの関数 κ 、 κ_0 および κ_{st} はいずれも相当塑性ひずみ増分 $\bar{\epsilon}_p$ の関数として測定されたものである。したがって、これから計算される関数 W_1 も $\bar{\epsilon}_p$ の関数として計算されることになる。図-8は、著者らの普通鋼に関する実測結果を用いて式(6)から求められた重み関数値 W_1 と相当塑性ひずみ増分 $\bar{\epsilon}_p$ の関係を示したものである。

同図より、このひずみ領域における重み関数値と相当塑性ひずみ増分との関係は非常に複雑で、一定の傾向が見られないことがわかる。このことは、降伏棚における塑性流れ現象が完全に終了するまでの過程においては、式(3)のように κ_0 と κ_{st} の加重平均では曲面サイズの変化を表現することが適当でないことを示している。本節では、重み関数 W_1 が累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少するという仮定を採用した場合に、この仮定が推定精度にどのような影響を与えるかを実測結果との比較により検討する。

供試鋼材としては普通鋼のSM50Aを選んだ。表-1

表-1 供試鋼材のミルシートによる機械的性質と化学成分

	Tension test			Chemical composition %					
	Y.P. (Mpa)	T.S. (Mpa)	EL. (%)	C X100	Si X100	Mn X100	P X1000	S X1000	Ceq X100
SM50A	353	529	28	16	33	145	16	2	14

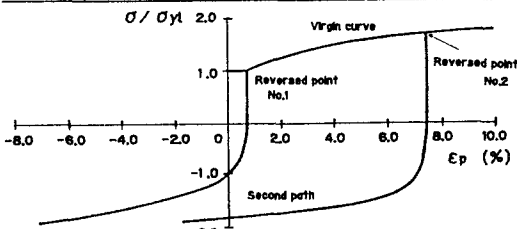


図-9 従来の方における基本曲面サイズ関数を決定するための測定

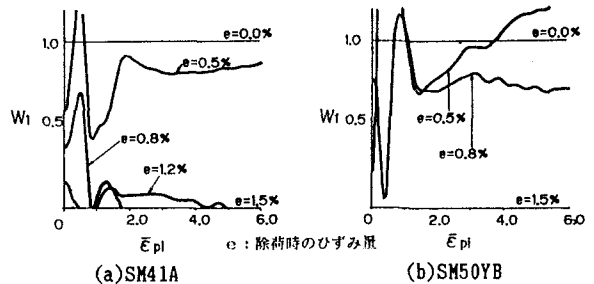


図-8 塑性流れ域における重み関数値と相当塑性ひずみ増分の関係¹⁹⁾

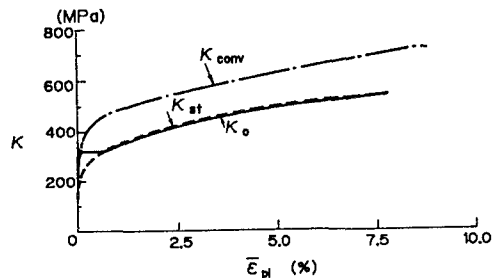


図-10 従来の方における基本曲面サイズ関数

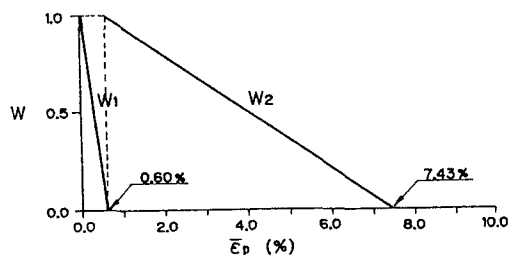
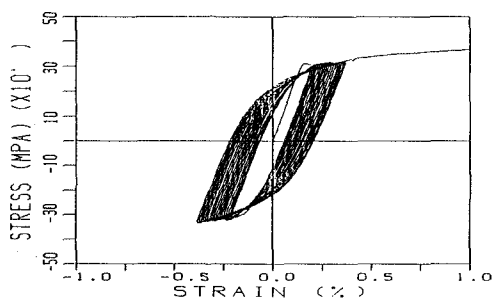
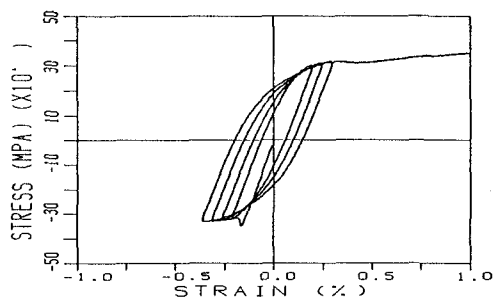


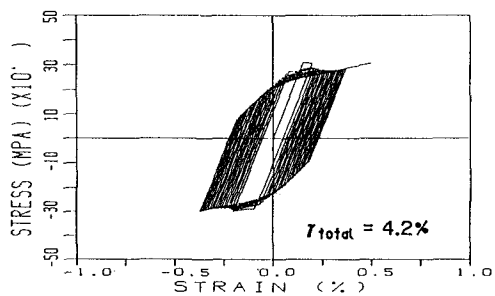
図-11 従来の方における重み関数



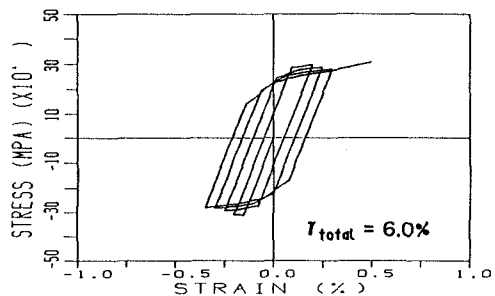
(a)実測結果



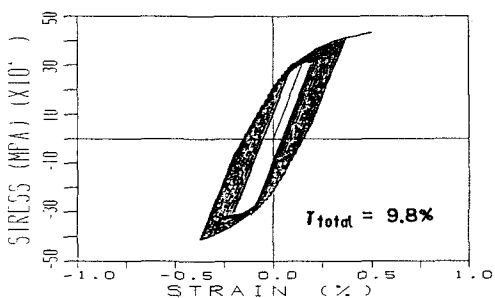
(a)実測結果



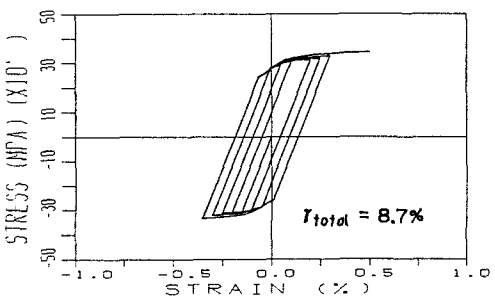
(b)従来の方法による数値計算結果



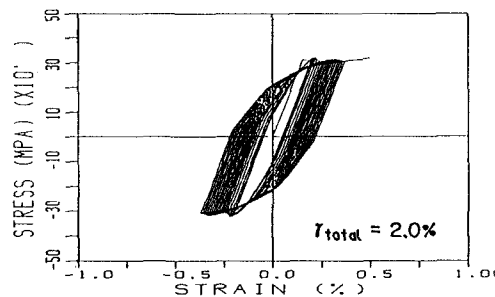
(b)従来の方法による数値計算結果



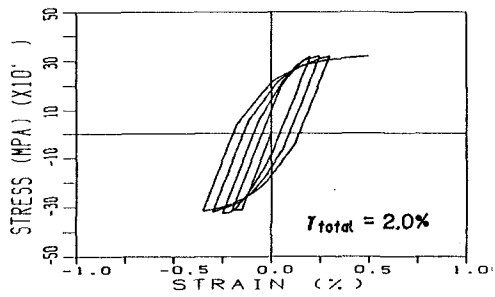
(c)Popovらのモデルによる数値計算結果



(c)Popovらのモデルによる数値計算結果



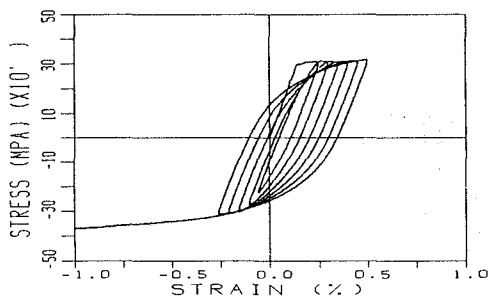
(d)本論文における数値計算結果



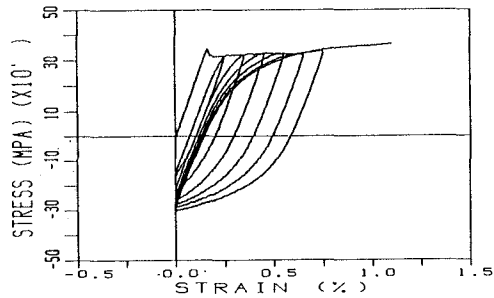
(d)本論文における数値計算結果

図-12 応力-ひずみ関係の比較; 実測結果と数値計算結果(その1)

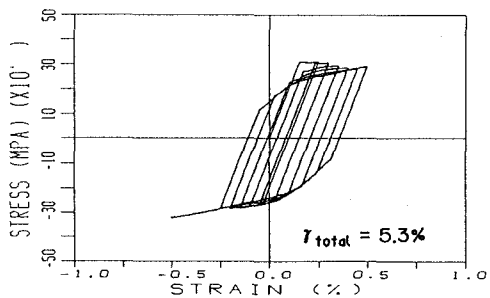
図-13 応力-ひずみ関係の比較; 実測結果と数値計算結果(その2)



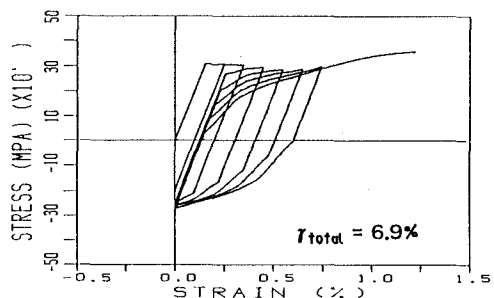
(a)実測結果



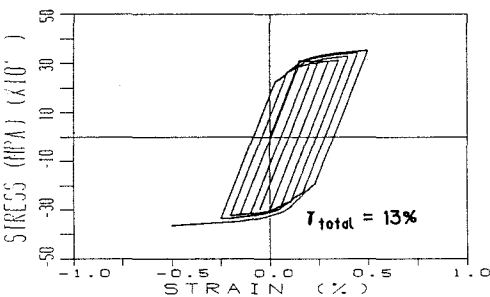
(a)実測結果



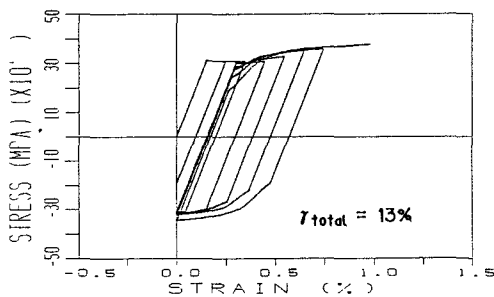
(b)従来の方法による数値計算結果



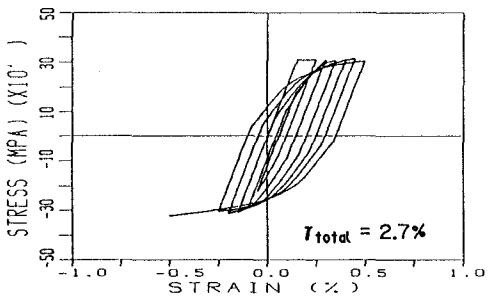
(b)従来の方法による数値計算結果



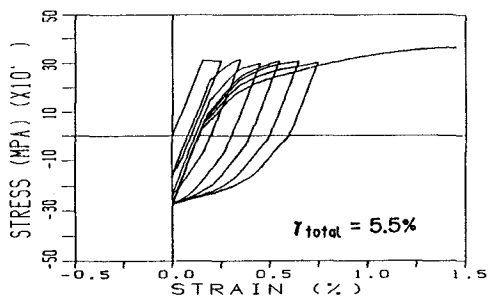
(c)Popovらのモデルによる数値計算結果



(c)Popovらのモデルによる数値計算結果



(d)本論文における数値計算結果



(d)本論文における数値計算結果

図-14 応力-ひずみ関係の比較;実測結果と数値計算結果(その3)

図-15 応力-ひずみ関係の比較;実測結果と数値計算結果(その4)

に供試鋼材のミルシートによる機械的性質と化学成分を示す。図-9に3つの基本曲面サイズ関数 κ_0, κ_{st} および κ_{conv} を決定するために実施した測定結果を、下降伏点 σ_{yi} で無次元化された応力と塑性ひずみの関係で示す。また、図-10にはこれらの測定結果から文献[1,2]で示した方法にしたがって計算された基本曲面サイズ関数を示す。なお、重み関数は図-11に示すように仮定している。ここで、 W_2 についても W_1 と同様に累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少するとしたが、本節で取り扱うひずみ履歴は主として重み関数 W_1 のみが関係する累積相当塑性ひずみの範囲に限定するので、本節で示す計算結果には W_2 の線形化による影響はないと考えてよい。図-12(a)~図-15(a)に実測によって求められた応力-ひずみ関係を、図-12(b)~図-15(b)に対応する数値計算結果をそれぞれ示す。なお、比較のためにPopovらのモデルによる数値計算結果を図-12(c)~図-15(c)に併せて示した。(b)および(c)の各図中には式(5.2)で定義した全径路に対する推定誤差量 γ_{total} の値も示した。

従来の方法による数値計算結果(各(b)図)においては、除荷に続くBauschinger効果を示す応力-ひずみ曲線に急な折れ曲がりが見られる。これは、曲面サイズ関数 κ を決定するために用いられる基本曲面サイズ関数のひとつである κ_0 の微分値 $\partial \kappa_0 / \partial \bar{\epsilon}_{pl}$ が、 $\bar{\epsilon}_{pl}=0$ の付近ではほぼ0(ゼロ)であるため、除荷に続いて現れるBauschinger効果が適切に表現されていないことによる。また、実測において観察されている降伏棚への復帰現象が計算結果においては表わされていない。さらに、Bauschinger効果がかなり過大に評価されており、その結果、同じひずみ範囲に対する応力の範囲が実測値より明らかに小さめに計算されている。

推定誤差量 γ_{total} は大きいもので7%程度である。これは、4.で示したひずみ硬化域で顕著な繰返しのある場合の誤差よりやや大きい。これらの計算結果は、基本曲面サイズ関数として κ_0 および κ_{st} のみを用い、しかも累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少する重み関数を用いるという最も簡略な材料特性パラメータを用いて得られたものである。それにもかかわらず、この程度の精度は保持されることをこれらの結果は示している。あるいは、簡略な材料特性パラメータを用いたために、この程度の精度しか得られないと見なすこともできる。どちらの見方をすべきかは、要求される推定精度に依存するが、極端に煩雑でない修正によって推定精度が向上するのであれば、修正方法と推定精度の向上に対するその効果を検討しておくことは有用である。

一方、Popovらのモデルによる計算結果によれば、弾性域を示す応力範囲ならびに応力振幅が大きめに計算され、その結果推定誤差は10%以上になる場合がある。したがって、ひずみ硬化域と同様に塑性流れ域における応力-ひずみ関係の推定に対してもPopovらのモデルを直接用いることには問題があると思われる。

(2) 新たな基本曲面サイズ関数の導入とその効果

降伏棚において除荷が生じたときの応力-塑性ひずみ関係の実測結果を図-16に示す。なお、応力は下降伏点 σ_{yi} で無次元化している。また、この測定結果から計算された曲面サイズ関数を図-17に示す。

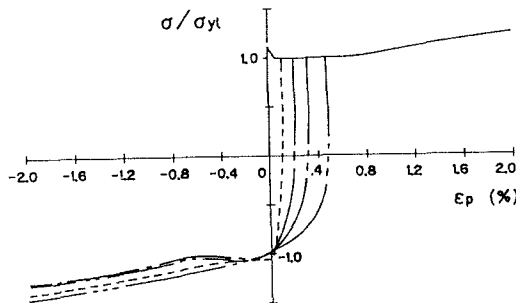


図-16 追加する基本曲面サイズ関数を決定するための測定結果

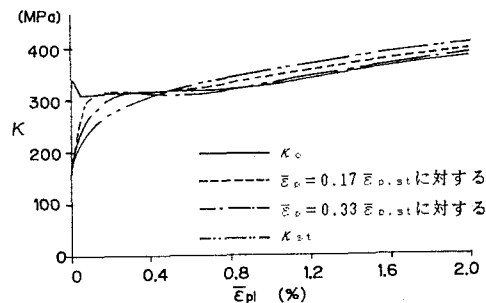


図-17 追加する基本曲面サイズ関数

Abel・Muir¹⁶⁾およびYokoo・Nakamura¹⁰⁾が示した実測結果と同様に、降伏棚の極めて初期に除荷が発生した場合でもすでにBauschinger効果とそれに続く非硬化領域が現れる。そして、降伏棚が終ってひずみ硬化域に入ってから除荷が発生した場合にはBauschinger効果を呈する曲線部分に続く非硬化領域は現れない。このような材料のひずみ硬化特性を、基本曲面サイズ関数と重み関数を用いて表現する場合、材料特性パラメータの修正方法として、基本曲面サイズ関数の数を増やす方法と、基本曲面サイズ関数の数は増やさずに重み関数の精度を向上させる方法が考えられる。

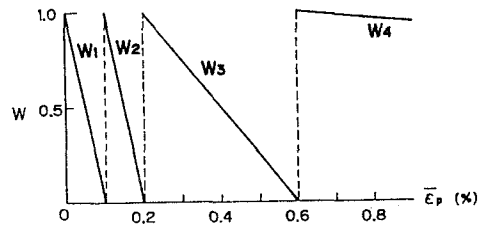


図-18 修正された重み関数

降伏棚域における重み関数を式(4)に従って評価した結果は図-8に示したように、重み関数と相当塑性ひずみ増分との関係を明快に評価し難い。したがって、重み関数の精度を向上させることは容易でない。これに対して、基本曲面サイズ関数の数を増やせば、基本曲面サイズ関数に相当する複数のひずみ履歴の段階での曲面サイズ関数として実測結果を関数表示したものを直接用いることになるため、推定精度の向上が期待できる。そこで、本研究では基本曲面サイズ関数の数を増やす方法によって推定精度を向上させることを試みた。

κ_0 と κ_{st} の中間に導入した基本曲面サイズ関数は次の2つである。

①初期降伏時になるべく近いひずみ履歴の段階として、累積相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_p = 0.17 \bar{\epsilon}_{p, st}$ での曲面サイズ関数（ここで、 $\bar{\epsilon}_{p, st}$ はひずみ硬化が始まる時点での相当塑性ひずみ）

②これとひずみ硬化開始時との中間的なひずみ履歴の段階として、 $\bar{\epsilon}_p = 0.33 \bar{\epsilon}_{p, st}$ での曲面サイズ関数

これらの関数を基本曲面サイズ関数として新たに導入する場合に用いる重み関数を図-18に示す。これらの材料特性パラメータを用いて、図-12(a), (b), (c)~図-15(a), (b), (c)に示したものと同一のひずみ径路における応力-ひずみ関係を数値計算により求めた。その結果を図-12(d)~図-15(d)に示す。図中には、数値計算結果における全径路に対する推定誤差量 γ_{total} もあわせて示した。

上記①および②の関数を基本曲面サイズ関数として導入した場合、それらを導入しない場合と比較して推定精度が向上していることは明らかである。推定誤差 γ_{total} で比較すれば、前者の場合のそれは後者のその半程度になっている。降伏棚域におけるわずかなひずみ履歴によっても出現する顕著なBauschinger効果が明瞭に示され、弾性域から塑性域へのなめらかな遷移が表現されている。これは、図-17に示したBauschinger効果の変化が、付加的な基本曲面サイズ関数を導入したことで容易に表現できるようになっていることによる。

塑性流れ域におけるBauschinger効果の変化がいかなる履歴パラメータに依存するかを検討することも一つの方法であると考えられるが、この方法では多くの実験データの採取とその統計的な処理を必要とする。これに対して、ここで用いた方法によれば材料特性を求める実験を若干追加するだけで、基本的には従来の著者らの提案モデルにおける繰り返し塑性挙動の評価手法によって精度の良い推定が可能となる。

従来の方法では、ひずみ硬化が始まる時点に相当するひずみ硬化特性を表わす関数 κ_{st} を基本曲面サイズ関数として導入したが、この時点に相当する履歴の前後で材料のひずみ硬化特性が顕著に変化することから、この関数の導入は論理的である。一方、本論文で採用した基本曲面サイズ関数の導入は、その関数がある履歴段階でのひずみ硬化特性を表わすものであることは確かであるが、かならずしも材料の特徴的な履歴段階のものであるとは言えない。したがって、本論文の方法は工学的な意味で塑性流れ域での繰り返し塑性挙動を簡略にしかも精度よく評価するための一種の簡便法であると言える。なお、基本曲面サイズ関数をいくつ導入することが最適であるかの判断は容易でない。しかし、適宜、基本曲面サイズ関数の数を設定するこ

とによって、要求される推定精度に応じた推定が本繰り返し塑性モデルによれば可能である。

6. 結論

著者らが先に提案した繰り返し塑性モデルにおける、材料特性パラメーターの評価方法を修正して用い、構造用鋼材の降伏棚に相当するひずみ範囲において塑性ひずみが繰り返し生じる場合の単軸応力-ひずみ関係を推定した。そして、この推定結果を、対応する実測結果、従来のモデルによる結果ならびにその基本となった Popovらのモデルによる結果と比較した。その結果、材料特性パラメーターの評価方法の修正が推定精度の向上に有効であること、およびその場合の推定誤差は例外もあるもののほぼ 2~3%程度であることが分かった。著者らが先に示したひずみ硬化域における推定結果と本論文で示した結果より、少なくとも単軸応力状態に限定する限り、著者らの提案モデルは繰り返し塑性挙動の推定に有効であり、かつ応用性の広いモデルであることが示された。今後、多軸応力状態での適用性と併せて、構造系の繰り返し塑性挙動の解析への応用を検討していきたい。

謝 辞

本研究の遂行にあたって、当時卒業論文としてご協力いただいた朝倉功氏（現・松本市勤務）、尾内伸二氏（現・三建設備工業勤務）並びに畠山智行氏（現・瀧上建設工業勤務）に謝意を表します。

本研究の一部は、文部省科学研究費補助金の助成を受けてなされたものである。また、本論文中の数値計算は東京大学大型計算機センターの HITAC M-682H/680H を用いて実施されたものである。

参考文献

- 1) 皆川・西脇・増田・斎藤：繰り返し荷重に対する構造用鋼材の高精度応力-ひずみモデル，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第9巻，pp.145-150，日本鋼構造協会，1985年。
- 2) Minagawa, M., Nishiwaki, T. and Masuda, N. : Modelling cyclic plasticity of structural steels , Structural Engineering/Earthquake Engineering, Vol.4, No.2, pp.361s-370s(Proc. of the Japan Society of Civil Engineers, No.386/I-8, pp.145-154), 1987.
- 3) Petersson, H. and Popov, E.P. : Constitutive relation for generalized loadings, Proc. of the Americal Society of Civil Engineers, Vol.103, No.EM4, pp.611-627, 1977.
- 4) Popov, E.P. and Petersson, H. : Cyclic metal plasticity; Experiments and theory, Proc. of the Americal Society of Civil Engineers, Vol.104, No.EM6, pp.1371-1388, 1978.
- 5) 皆川・西脇・増田：多曲面塑性モデルによる鋼引張圧縮部材の履歴応力-ひずみ関係の推定，構造工学論文集，Vol.32A, pp.193-206, 1986年。
- 6) Minagawa, M., Nishiwaki, T. and Masuda, N. : On properties of steel members subjected to repetitive loading histories, Proc. of the First East Asian Conference on Structural Engineering & Construction, Vol.2, pp.1165-1175, 1986.
- 7) Minagawa, M., Nishiwaki, T. and Masuda, N.: On prediction accuracies of uniaxial cyclic plasticity behaviours by multi-surface model, Structural Engineering/Earthquake Engineering (submitted).
- 8) Dafalias Y.F. and Popov, E.P.: A model of nonlinear hardening materials for complex loadings, Acta Mechanica, 21, pp.173-192, 1975.
- 9) Kato, B., Akiyama, H. and Yamanouchi Y. : Predictable properties of material under incremental cyclic loading, Proc. of the International Association for Bridge and Structural Engineering,

Theme III, Vol.13, pp.119-124, 1973.

- 10) Yokoo, Y., Nakamura, T. and Kawada, Y. : Non-stationary hysteretic uniaxial stress-strain relation of a wide-flange steel (Part II), Trans. of Architectural Institute of Japan, No.260, pp.71-81, 1977.
- 11) 栖原・修行：鋼構造部材の弾塑性応力および変形等に及ぼす荷重履歴の影響，西部造船会会報，第51号，pp.53-67，1975年。
- 12) 藤本・橋本・中込・山田：構造用鋼材の多軸応力状態における繰返し応力一ひずみ関係（繰返し力を受ける鋼構造溶接接合部の破壊挙動に関する研究—第1報），日本建築学会構造系論文報告集，第356号，pp.93-102，1985年。
- 13) Cofie, N.G. and Krawinkler, H. : Uniaxial cyclic stress-strain behaviors of structural steel, Proc. of the Americal Society of Civil Engineers, Vol.111, No.EM9, pp.1105-1120, 1985.
- 14) 皆川・西脇・増田：鋼はりの履歴曲げモーメント—曲率関係の推定，構造工学論文集，Vol.34A, pp.111-120, 1988年。
- 15) Minagawa, M., Nishiwaki, T. and Masuda, N. : Prediction of cyclic plasticity behaviours of steel beams, Proc. of the Second East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering & Construction, Vol.2, pp.1318-1323, 1989.
- 16) Abel, A. and Muir, H. : The Bauschinger effect and discontinuous yielding , Philosophical Magazine, Vol.26, pp.489-504, 1972.
- 17) 山田：塑性・粘弾性（有限要素法の基礎と応用シリーズ6），培風館，1977年。
- 18) 山田・横内：有限要素法による弾塑性解析プログラミング—EPICIV解説—，培風館，1981年。
- 19) 皆川：構造用鋼材の弾塑性履歴挙動のモデル化とそれの構造部材への応用，武威工業大学学位論文，1988年（1988年10月12日受付）