

運動と振動問題学習用教材の開発 — クレーンの旋回運動 —

瀧口 三千弘^{*1}, 藤原 滋泰^{*2}, 藤野 俊和^{*3}, 阿部 雅二郎^{*4}

Development of Teaching Material for Motion and Vibration

— Turning Motion of a Crane —

Michihiro TAKIGUCHI, Shigeyasu FUJIWARA, Toshikazu FUJINO and Masajiro ABE

In learning the issue of motion and vibration of mechanical system, it is important, first, to establish the equation of motion, second, to know the essence of the various problems such as the natural frequency and the natural vibration mode, and so on. However, it is really very hard to understand these phenomena. For these reasons, the authors have developed the learning materials in this field. Specifically, they are the educational motion simulation software called DSS and the various experimental apparatuses for observing motion and vibration phenomena.

In this research, as a complex system including both motion and vibration, we focused on the turning motion of a crane and developed an experimental apparatus. Moreover, we simulated the behavior of suspended load during turning motion with DSS, and compared experimental results with simulated ones.

KEYWORDS : teaching material, motion and vibration, crane, turning motion, DSS

1. まえがき

機械系の運動と振動（動力学）問題の学習において、運動方程式を立て、さらには固有振動数や固有振動モードといったこと等問題の本質を知ることが重要であるが、実際にはなかなか理解しにくい。こうしたことから、著者らはこの分野における学習用教材の開発を進めている。具体的には、教育用運動シミュレーションシステム（DSS）の開発^{1)~4)}や、運動や振動現象の観察を目的とした各種実験装置の開発^{5)~12)}である。

本研究では運動と振動の要素を含み、運動方程式

もかなり複雑になるクレーンの旋回運動に注目し、実験装置を開発した。また、DSSを用いてシミュレーションし、実験結果と比較検討した。

2. 実験装置

図1に、開発したクレーンの実験装置を示す。本装置を用いて、クレーンの旋回運動時のつり荷の挙動を観察することができる。ジブ長さは0.732~1.0mの範囲で、ジブ起伏角は20~70degの範囲で調整可能である。つり荷の重さは現在0.0575kg一定としているが、変更も可能である。転倒防止のため、つり

*1 商船学科

*2 一般教科

*3 東京海洋大学 学術研究院 海洋電子機械工学部門

*4 長岡技術科学大学 技術経営研究院 システム安全専攻

合い重り (カウンターウエイト) も取付けてある。つり荷ロープの長さも、つり合い重りの後ろに付けてある巻取り (手動) で自由に長さ調整できる。旋回速度については、14.61~23.33deg/s の範囲で調整できる。なお、旋回テーブルは付録1に示すような、株式会社シグマプランニングのものを使用した。



図1 実験装置

3. 解析と実験

3. 1 解析モデル

図2に、解析モデルを示す。ジブ長さ L_1 、ジブ起伏角 a のジブ先端に、長さ L_2 、質量 m のつり荷をぶら下げた状態で、クレーンを反時計回りに旋回させ

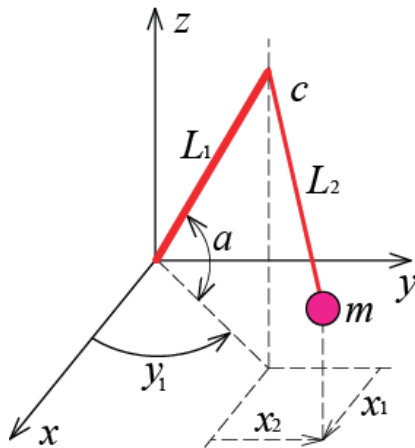


図2 解析モデル

た場合の、つり荷の挙動を解析する。空気抵抗等による影響も考慮 (c) できるモデルとなっている。旋回特性 (起動→制動) は入力変数 y_1 ($y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1$) とする。この系は3自由度問題であるが、旋回特性を入力変数としたので、解析変数を x_1, x_2 とすると運動方程式は次式で示される。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} \quad (1)$$

各要素 (a_{ij}) は次式のとおりである。

$$\begin{aligned} a_{11} &= m(1+x_1^2/H^2), & a_{12} &= mx_1x_2/H^2 \\ a_{13} &= -m \left[-R(\ddot{y}_1 \sin y_1 + \dot{y}_1^2 \cos y_1) + \{x_1(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2)H^2 \right. \\ &\quad \left. + x_1^3\dot{x}_1^2 + 2x_1^2x_2\dot{x}_1\dot{x}_2 + x_1x_2^2\dot{x}_2^2\} / H^4 \right] - c \{ -R\dot{y}_1 \sin y_1 \\ &\quad + \dot{x}_1 + (x_1^2\dot{x}_1 + x_1x_2\dot{x}_2) / H^2 \} - mgx_1/H \\ a_{21} &= mx_1x_2/H^2, & a_{22} &= m(1+x_2^2/H^2) \\ a_{23} &= -m \left[R(\ddot{y}_1 \cos y_1 - \dot{y}_1^2 \sin y_1) + \{x_2(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2)H^2 \right. \\ &\quad \left. + x_1^2x_2\dot{x}_1^2 + 2x_1x_2^2\dot{x}_1\dot{x}_2 + x_2^3\dot{x}_2^2\} / H^4 \right] - c \{ R\dot{y}_1 \cos y_1 \\ &\quad + \dot{x}_2 + (x_2^2\dot{x}_2 + x_1x_2\dot{x}_1) / H^2 \} - mgx_2/H \end{aligned} \quad (2)$$

なお、式(2)中の R と H^2 は次式のとおりである。

$$R = L_1 \cos a, \quad H^2 = L_2^2 - (x_1^2 + x_2^2) \quad (3)$$

図2中のそれぞれの定数は、 $m=0.0575\text{kg}$ 、 $L_1=0.732\text{m}$ である。 L_2 はジブ起伏角度 a によって異なり、 $a=40\text{deg}$ の場合 $L_2=0.520\text{m}$ 、 $a=50\text{deg}$ の場合 $L_2=0.640\text{m}$ 、 $a=60\text{deg}$ の場合 $L_2=0.685\text{m}$ とした。粘性減衰係数については、実験装置が小さく空気抵抗の影響等も小さいと思われるので $c=0$ として処理した。

3. 2 旋回特性

式(2)中、 $y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1$ は旋回特性であり、図3に示すように、実際の起動→制動→制動後を考慮したものとして扱った。

具体的には、次のような関数として与えている。

(1) 起動時: $T=0 \sim T_s$

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= V_m \left[T + \frac{1}{K_0} \{ (2 + K_0 T) e^{-K_0 T} - 2 \} \right] \\ \dot{y}_1 &= V_m \{ 1 - (1 + K_0 T) e^{-K_0 T} \} \\ \ddot{y}_1 &= V_m K_0^2 T e^{-K_0 T} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

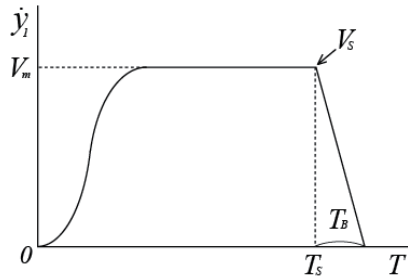


図3 旋回特性

ここで、 K_0 は起動特性であり、この値が小さいほどゆっくり旋回できる。

(2) 制動時： $T = T_S \sim (T_S + T_B)$

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= D_S - \frac{1}{2}(B_0 T_Z^2) + V_S T_Z \\ \dot{y}_1 &= V_S - B_0 T_Z \\ \ddot{y}_1 &= -B_0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 D_S は制動開始時の角変位であり、次式で求める。 B_0, T_Z は次のような値である。

$$D_S = V_m \left[T_S + \frac{1}{K_0} \left\{ (2 + K_0 T_S) e^{-K_0 T_S} - 2 \right\} \right] \quad (6)$$

$$B_0 = \frac{V_S}{T_B}, \quad T_Z = T - T_S \quad (7)$$

(3) 制動後： $T = (T_S + T_B) \sim$

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= D_f \\ \dot{y}_1 &= 0 \\ \ddot{y}_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで、 D_f は、制動後の角変位であり、次式で求める。

$$D_f = D_S - \frac{1}{2}(B_0 T_B^2) + V_S T_B \quad (9)$$

付録2に、クレーンの旋回運動解析用「MAP」プログラムを示す。なお、必要事項のみの記述となっている。

3. 3 解析と実験結果

ジブ起伏角度 a を 40, 50, 60deg と変え、それぞれ旋回速度3速度（低速：14.61，中速：18.09，高速：23.33deg/s）の場合の解析と実験を行い、つり荷の挙動の比較検討をした。図4にジブ起伏角度40度の場合、図5にジブ起伏角度50度の場合、図6にジブ起伏角度60度の場合を示す。それぞれ、(a)は低速旋回時、(b)は中速旋回時、(c)は高速旋回時、また、左が

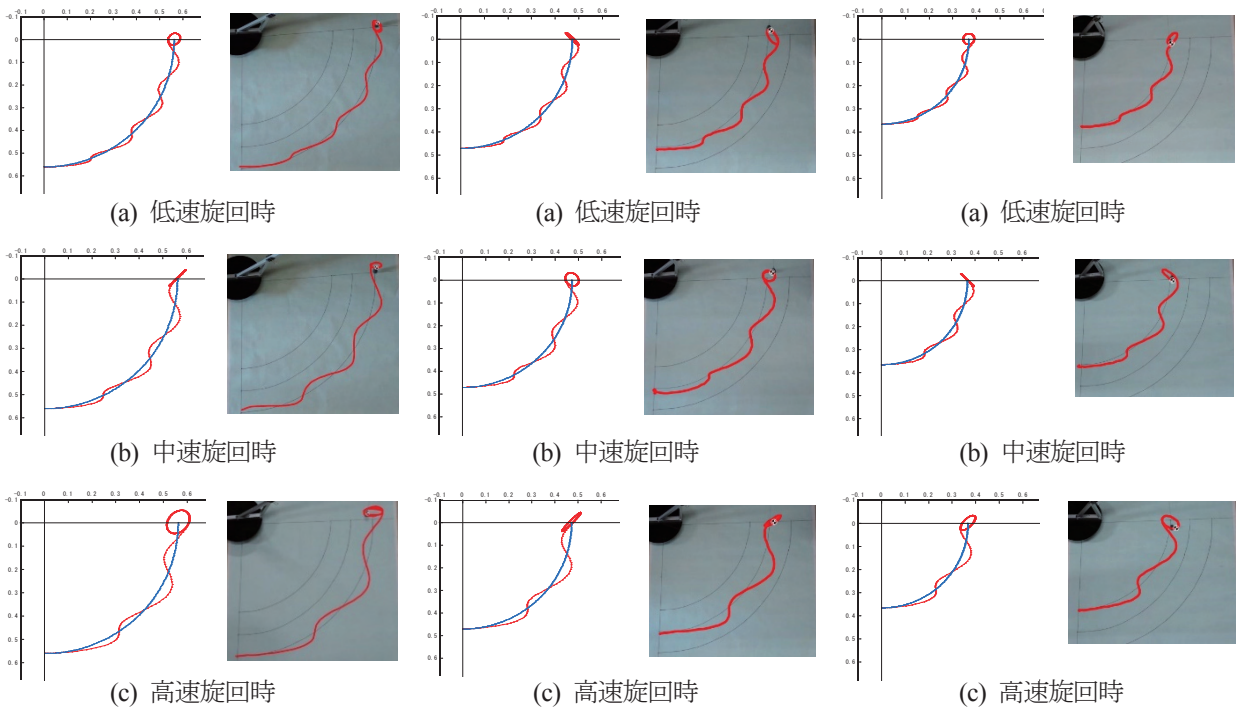


図4 ジブ起伏角度40度の場合のつり荷の挙動

図5 ジブ起伏角度50度の場合のつり荷の挙動

図6 ジブ起伏角度60度の場合のつり荷の挙動

解析結果, 右が実験結果である。いずれもクレーン旋回時のつり荷の挙動はよく一致していることがわかる。なお, つり荷の挙動はフリーソフト¹³⁾を用いて作図した。

4. あとがき

本研究により得られた主な結論は, 以下のとおりである。

- (1) 教材としての, 運動と振動の要素を含んだクレーンの実験装置を開発した。小型ではあるが, 本装置を用いて旋回運動時のつり荷の挙動を観察することができる。
- (2) DSS を用いた解析結果と実験装置を用いた実験結果は, 全てよく一致した。

謝辞

なお, 本研究はJSPS 科研費 JP26350217 の助成を受けたものです。

参考文献

- 1) 瀧口三千弘: 教育用運動シミュレーションシステム (DSS) の開発とそれを用いた学習指導例, 平成8年度東レ理科教育賞受賞作品集, 第28回, pp.38-40(1997)
- 2) 瀧口三千弘: 機械系の動力学問題学習用教材の開発, 論文集「高専教育」, 第22号, pp.97-105(1999)
- 3) 瀧口三千弘: 機械系の動力学問題学習用教材 (DSS) の開発 - 簡易アニメーション機能の追加 -, 平成24年度工学教育研究講演会講演論文集, pp.552-553(2012)
- 4) 瀧口三千弘: 機械系の運動・振動学習用ソフトウェアの開発, 日本機械学会2015年度年次大会DVD講演論文集, J2010202(5p)(2015)
- 5) 松本幸市・瀧口三千弘: 振動現象学習用教材の開発 - 3自由度直線振動系の場合 -, 広島商船高等専門学校紀要, 第35号, pp.7-12(2013)
- 6) 松本幸市・瀧口三千弘: 振動教育用加振台の開発, 平成25年度工学教育研究講演会講演論文集, pp.352-353(2013)
- 7) 松本幸市・瀧口三千弘: 振動現象学習用教材の開発 - 水平方向用加振台を用いた3階建て構造物の場合 -, 広島商船高等専門学校紀要, 第36号, pp.13-18(2014)
- 8) 瀧口三千弘・藤原滋泰・藤野俊和: 振動現象学習用教材の開発 - 垂直方向用加振台を用いた自動車モデルの振動 -, 広島商船高等専門学校紀要, 第37号, pp.31-37(2015)
- 9) 瀧口三千弘・藤原滋泰・藤野俊和: 振動現象学習用教材の開発 - 凹形剛体と円柱からなる振動モデル -,

広島商船高等専門学校紀要, 第37号, pp.39-44(2015)

- 10) 瀧口三千弘・藤原滋泰・藤野俊和: パッケージ型振動体の開発, 広島商船高等専門学校紀要, 第38号, pp.129-133(2016)
- 11) 瀧口三千弘・藤原滋泰・藤野俊和: 振動現象学習用教材の開発 - 簡易ぶらんこ -, 広島商船高等専門学校紀要, 第39号, pp.39-47(2017)
- 12) 瀧口三千弘・岩田幸大・藤原滋泰・藤野俊和: 振動現象学習用教材の開発 - 3自由度ねじり振動系 -, 広島商船高等専門学校紀要, 第39号, pp.49-54(2017)
- 13) フォーム分析ソフト「Kinovea 0.8.15」(無料ソフト), <http://www.kinovea.org/>

付録1 旋回テーブル

株式会社シグマプランニング
スピードコントロールターンテーブル
可変速 Mini-AC リモートタイプ



可変速 Mini-AC リモートタイプ
小物の動画撮影に最適・回転速度の調整・正・逆切替が手元でできます

最大荷重	1.5kg
回転速度	約 1rpm~3rpm (1~3回転/分)
回転方向	正・逆 切替
高さ	約 63mm
円盤径	200mm 材質:アクリル
重量	約 580g (アダプター含む)
電源	入力:100V~240V DC9Vアダプター付
色	黒
価格	¥17,280-(税込) (本体価格 ¥16,000-)
リモートケーブル: 1.8m	

(2017年10月24日現在)

付録2 クレーンの旋回運動解析用のDSS「MAP」プログラム

```

Option Strict On
Option Explicit On
Imports System.Drawing

Module Demo20
    *EQUATION.S *****
    ** これより下のサブプログラムの中に、あなたがシミュレーションしよう
    ** とする式等を書いて下さい。【言語：Microsoft Visual Basic 2008】
    ** (サブプログラム)
    ** [0] 型宣言 *KATASENGEN.ラマ-> p00
    ** [1] タイトル、イメージファイル管理名、スイッチ *TITLE. -----> p01
    ** [2] 運動方程式 *MATRIX. -----> p02
    ** (1) マトリックス要素で表した運動方程式 *MATRIX. -----> p02
    ** (2) 外力の計算式 *EXTERNAL_FORCE --> p03
    ** (3) 入力変数の計算式 *INPUT_VARIABLE --> p04
    ** (4) 補助変数の計算式 *AUX_VARIABLE -----> p05
    ** [3] 定数の値、解析変数の初期値
    ** (1) 定数の値 *CONSTANT_VALUE ---> p06
    ** (2) 解析変数の初期値 *INITIAL_VALUE ----> p07
    ** [4] 特殊な解析を行う場合の条件式等 *SPECIAL_ANALYSIS -> p08
    *EQUATION.E *****
    ***** <p00>
    * [0] 型宣言
    ; 基本部分 (省略)
    ; ユーザー変数
    Public M As Double ; 質量
    Public CC As Double ; 粘性減衰係数
    Public LL1, LL2 As Double ; ジブの長さ、ジブ先端からつり荷までの長さ
    Public Angle As Double ; ジブの起伏角度
    Public KK00 As Double ; 起動特性角速度
    Public VVMM As Double ; 定常起伏角速度
    Public SSKK As Double ; 旋回角度
    Public TTBB As Double ; 制動に要する時間
    Public LXY, LBC As Double
    Public FLAG As Integer
    Public TTSS, ITZZ As Double
    Public VVSS As Double
    Public DDSS As Double
    Public BB00 As Double
    ***** <p01>
    * [1] タイトル、イメージファイル名、スイッチ
    Sub TITLE()
        ; 【タイトル】
        Dim Today_Renamed As String
        Today_Renamed = CStr(Today)
        Today_Renamed = Split(Today_Renamed, "/")(0) & "年" & "月" & "日"
        Today_Renamed = Split(Today_Renamed, "/")(1) & "月" & "日"
        Today_Renamed = Split(Today_Renamed, "/")(2) & "日"
        TL(0) = "***** (2016)年 (10)月 *****"
        TL(1) = Space(32) & "解析プログラム「MAP」"
        TL(2) = "運動解析プログラム「MAP」"
        TL(3) = " (メモ: クレーンの旋回運動)"
        TL(4) = " 解析変数の数 = (2)"
        TL(5) = " 入力変数の数 = (1)"
        TL(6) = " 補助変数の数 = (6)"
        TL(7) = " "
        TL(8) = "*****"
        ; 【イメージファイル管理名】
        ; *****
        IMAGE_FILE = "Demo20" & "<----- イメージファイル管理名"
        ; *****
        ; 【スイッチ】
        ; -----
        SW_AAA = 1 :<----- 入力変数スイッチ (0 か 1)
        SW_BBB = 0 :<----- 特殊解析スイッチ (0 か 1)
    End Sub
    ***** <p02>
    * [2]-(1) 運動方程式
    Public Sub MATRIX()
        ; 【運動方程式】
        LKY = LL2^2-(X1^2+X2^2)
        LBC = LL1*Math.Cos(Angle)
        ; ----- 第1式 -----
        A(1, 1) = M*(1+X1^2/LXY)
        A(1, 2) = M*X1*X2/LXY
        A(1, 3) = 01-M*(LBC*(DDY1*Math.Sin(Y1)+DY1^2*Math.Cos(Y1))+
        (X1*(DX1^2+DX2^2)*LXY+X1^3*DX1^2+X1^2*X2*DX1*DX2+
        (X1*X2^2*DX2^2)/LXY^2)-CC*(LBC*DY1*Math.Sin(Y1)+DX1+
        (X1^2*DX1+X1*X2*DX2)/LXY)-M*G*X1/Math.Sqrt(LXY))
        ; ----- 第2式 -----
        A(2, 1) = M*X1*X2/LXY
        A(2, 2) = M*(1+X2^2/LXY)
        A(2, 3) = 02-M*(LBC*(DDY1*Math.Cos(Y1)-DY1^2*Math.Sin(Y1))+
        (X2*(DX1^2+DX2^2)*LXY+X1^2*X2*DX1^2+X1*X2*DX1*DX2+
        X2^3*DX2^2)/LXY^2)-CC*(LBC*DY1*Math.Cos(Y1)+DX2+
        (X2^2*DX2+X1*X2*DX1)/LXY)-M*G*X2/Math.Sqrt(LXY))
    End Sub
    ***** <p04>
    * [2]-(8) 入力変数の計算式
    Public Sub INPUT_VARIABLE()
        ; 【入力変数】
        ; ----- 第1入力変数 ----- (旋回特性)
        ; -----
        ; 制動開始時間の決定
        If FLAG <> 1 Then
            If Math.Abs(SSKK) <= (Math.Abs(Y1)+(Math.Abs(DY1)*TTBB)/2)Then
                TTSS = T
                FLAG = 1
            Else
                ; ===== 起動時 =====
                DDY1 = VVMM*KK00^2*Math.Exp(-KK00*T)
                DY1 = VVMM*(1-(1+KK00*T)*Math.Exp(-KK00*T))
                Y1 = VVMM*(T+(2+KK00*T)*Math.Exp(-KK00*T)-2)/KK00
                Return
            End If
        End If
    End Sub
    ; ===== 制動時 =====
    If T <= (TTSS+TTBB) Then
        ITZZ = T-TTSS
        VVSS = VVMM*(1-(1+KK00*ITSS)*Math.Exp(-KK00*ITSS))
        DDSS = VVMM*(ITSS+(2+KK00*ITSS)*Math.Exp(-KK00*ITSS)-2)/KK00
        BB00 = VVSS/ITBB
        DDY1 = -BB00
        DY1 = VVSS-BB00*ITZZ
        Y1 = DDSS-(BB00*ITZZ^2)/2+VVSS*ITZZ
        Return
    End If
    ; ===== 制動後 =====
    DDY1 = 0
    DY1 = 0
    Y1 = DDSS-(BB00*TTBB^2)/2+VVSS*TTBB
    ; -----
    End Sub
    ***** <p05>
    * [2]-(4) 補助変数の計算式
    Public Sub AUX_VARIABLE()
        Dim DDX, DDY, DDZ As Double
        Dim FX, FY, FZ As Double
        ; 【補助変数】
        ; -----
        If T <> 0 Then
            DDX = -LL1*Math.Cos(Angle)*(DDY1*Math.Sin(Y1)+
            DY1^2*Math.Cos(Y1))+DDX1
            DDY = LL1*Math.Cos(Angle)*(DDY1*Math.Cos(Y1)-
            -DY1^2*Math.Sin(Y1))+DDY2
            DDZ = ((DX1^2+X1*DX1+DX2^2+X2*DX2)*Math.Sqrt(LXY)+
            (X1*DX1+X2*DX2)^2/Math.Sqrt(LXY))/LXY
            FX = -M*DDX
            FY = -M*DDY
            FZ = -M*DDZ-M*G
        End If
        S1 = DDY1 '入力変数 (クレーンの旋回角速度) (rad/s^2)
        S2 = DY1 * RDC '入力変数 (クレーンの旋回角速度) (deg/s)
        S3 = Y1 * RDC '入力変数 (クレーンの旋回角変位) (deg)
        S4 = (LL1*Math.Cos(Angle))*Math.Sin(Y1)+X2 ; 質量のY座標
        S5 = (LL1*Math.Cos(Angle))*Math.Cos(Y1)+X1 ; 質量のY座標
        S6 = 0
    End Sub
    ***** <p06>
    * [3]-(1) 定数値
    Public Sub CONSTANT_VALUE()
        ; 変数クリアー
        DDY1 = 0
        DY1 = 0
        Y1 = 0
        DDY2 = 0
        DY2 = 0
        Y2 = 0
        FLAG = 0
        ; 【定数値】
        ; ----- (単位, メモ) -----
        T_END = 15 ' [sec] シミュレーション時間
        T_DELTA = 0.05 ' [sec] 時間刻み幅 (但し T.DELTA<=T.END/200)
        ; ----- 一般定数 -----
        G = 9.8 ' [m/s^2]
        PAI = 3.14159 ' 円周率
        DRC = PAI / 180 ' DEG --> RAD この値をかければよい
        RDC = 180 / PAI ' RAD --> DEG この値をかければよい
        ; ----- 質 量 -----
        M = 0.0575 ' [kg]
        ; ----- 粘性減衰係数 -----
        CC = 0 ' [N*s/m]
        ; [N*m*s/rad] (回転減衰)
        ; ----- 寸 法 -----
        LL1 = 0.732 ' [m] ジブの長さ
        LL2 = 0.620 ' [m] ジブ先端から つり荷までの長さ
        Angle = 40 : Angle = Angle * DRC ' [deg] ジブの起伏角度
        ; 入力変数用定数
        KK00 = 10 ' 起動特性: 小さいほどゆっくり旋回開始
        VVMM = 14.61 : VVMM = VVMM * DRC ' [deg/s] 旋回角速度 低速
        VVMM = 19.08 : VVMM = VVMM * DRC ' [deg/s] 中速
        VVMM = 23.33 : VVMM = VVMM * DRC ' [deg/s] 高速
        SSKK = 90 : SSKK = SSKK * DRC ' [deg] 旋回角度
        TTBB = 0.5 ' [sec] 制動に要する時間
        ; TTSS ---> : [sec] 制動開始時間は入力変数の所で計算
    End Sub
    ***** <p07>
    * [3]-(2) 解析変数の初期値
    Public Sub INITIAL_VALUE()
        ; 【初期値】
        ; -----
        ; (角) 加速度 (角) 速度 (角) 変位
        ; (m/s^2) (m/s) (m)
        ; (rad/s^2) (rad/s) (rad)
        ; -----
        DDX1 = 0 : DX1 = 0 : X1 = 0
        DDY1 = 0 : DY1 = 0 : Y1 = 0
    End Sub
End Module

```

(注) <p03>と<p08>については、記述箇所がないので省略した。