

振動現象学習用教材の開発 — 3自由度ねじり振動系 —

瀧口 三千弘^{*1}, 岩田 幸大^{*2}, 藤原 滋泰^{*3}, 藤野 俊和^{*4}

Development of Teaching Material for Vibration Behavior — Torsional Vibration System with Three Degrees of Freedom —

Michihiro TAKIGUCHI, Kodai IWATA, Shigeyasu FUJIWARA and Toshikazu FUJINO

In learning the issue of vibration, it is important to know the essence of the various problems in resonance, natural frequency, natural vibration mode, and so on. However, it is really very hard to understand these phenomena. So, we started to develop the experimental equipment for the purpose of observing the vibration of mechanical systems, especially paying attention to resonance and natural vibration mode. In this study, an experimental equipment of torsional vibration system with three degrees of freedom was developed. By using this apparatus, we clearly observed the primary, secondary and tertiary resonances and natural vibration modes. The torsional vibration device using two springs was very effective to understand the difference in natural vibration modes. Furthermore, in order to verify the validity of this vibration system was simulated by using a software called DSS. The original motion pictures are open to the public on the Internet.

KEYWORDS : teaching material, torsional vibration, three degrees of freedom, resonance, DSS

1. まえがき

機械系の動力学問題とりわけ「振動問題」の学習において、固有振動数や固有振動モードといったこと等、問題の本質を知ることが重要であるが、実際にはなかなか理解しにくい。

こうしたことから、著者の一人は学習用教材として教育用運動シミュレーションシステム (DSS と呼称) を開発し^{1)~3)}、機械力学の授業や実験実習で活用し効果を上げている⁴⁾。本システムは運動方程式を数値計算により解き、解析結果をグラフィック出力するという一連の作業を支援するためのソフトウ

ェアであり、比較的簡単な運動や振動問題は本システムだけで十分理解が可能であるが、少し複雑な運動問題や多自由度系の振動問題となると、実際の動きがイメージできず理解に苦しむ学生が多い。

そこで、著者らは振動現象の観察 (とりわけ共振と振動モードに注目) を目的とした学習用実験教材の開発を行っている。これまでに、3自由度直線振動系⁵⁾や3階建て構造物振動系⁶⁾の実験装置、さらには加振台⁷⁾やパッケージ型の振動体⁸⁾を開発し、こうした教材が非常に有効であることを確認している。

本研究では回転系問題を対象として、3自由度ねじり振動系の実験装置を開発したので報告する。

*1 商船学科

*2 海事システム工学専攻 (2016年9月修了)

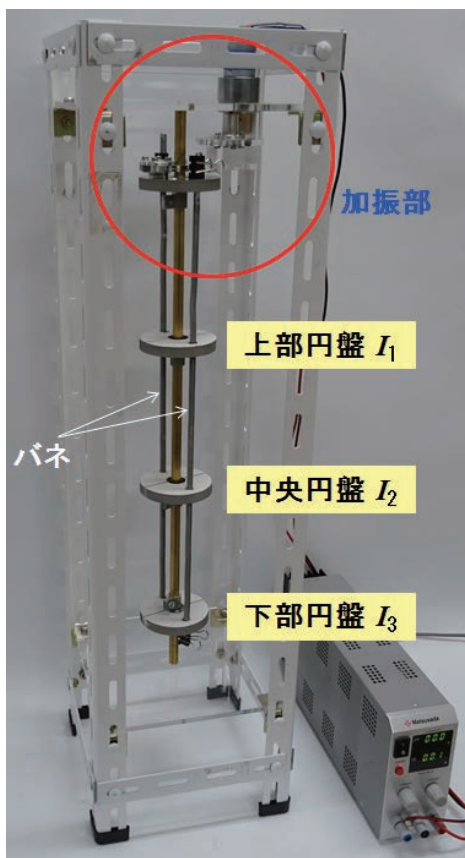
*3 一般教科

*4 東京海洋大学 学術研究院 海洋電子機械工学部門

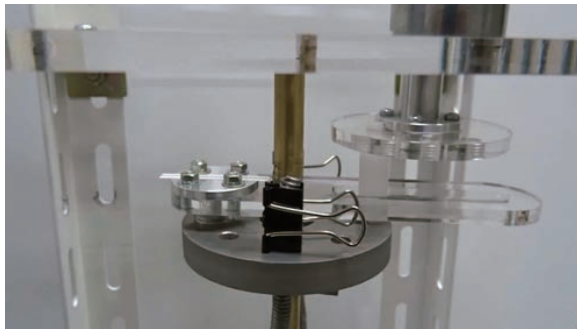
2. 実験装置

図1に開発した実験装置を示す。(a)には外観を、(b)には加振部の詳細を示す。

実験装置は縦型構造とし、1本の軸に4つの回転円盤(加振円盤、上部円盤 I_1 、中央円盤 I_2 、下部円盤 I_3)を取付け、それぞれの円盤を2本のバネで連結し、一番上の円盤を加振することによって下の3つの円盤を振動させる構造である。加振には揺動スライダクランク機構⁹⁾を利用した。



(a) 外観



(b) 加振部詳細

図1 実験装置

3. 解析

図2に解析モデルを示す。振動減衰の影響を考慮できるように、粘性減衰 (c) を考慮したモデルとした。この系の運動方程式を次に示す。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= I_1, & a_{22} &= I_2, & a_{33} &= I_3 \\ a_{14} &= -k_1\theta_1 - c_1\dot{\theta}_1 - k_2\theta_1 - c_2\dot{\theta}_1 \\ &\quad + k_2\theta_2 + c_2\dot{\theta}_2 + k_1y + c_1\dot{y} \\ a_{24} &= -k_2\theta_2 - c_2\dot{\theta}_2 - k_3\theta_2 - c_3\dot{\theta}_2 \\ &\quad + k_2\theta_1 + c_2\dot{\theta}_1 + k_3\theta_3 + c_3\dot{\theta}_3 \\ a_{34} &= -k_3\theta_3 - c_3\dot{\theta}_3 + k_3\theta_2 + c_3\dot{\theta}_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

なお、図2中及び式(2)中の y , \dot{y} は次式となる。

$$y = A \sin \omega t, \quad \dot{y} = A \omega \cos \omega t \quad (3)$$

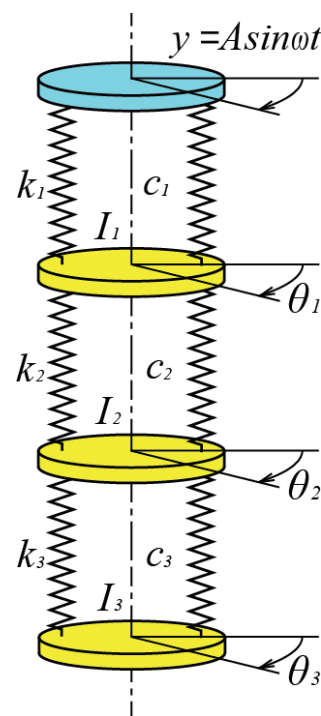


図2 解析モデル

図2中のそれぞれの定数は、 $I_1=I_2=7.7 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_3=7.2 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $k_1=k_2=k_3=5.14 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}$,

$A=0.371\text{rad}$ である。粘性減衰係数 c ($c_1=c_2=c_3$) については後述する。

図3に、初期値として $\theta_3=0.5\text{rad}$ を与え、DSSを用いて自由振動させた際の θ_3 の自由振動波形を示す。図4に、図3の振動波形を周波数分析した結果を示す。この結果から、この系の固有円振動数(固有振動数)は、1次が 11.76rad/s (1.87Hz)、2次が 32.72rad/s (5.21Hz)、3次が 46.53rad/s (7.41Hz) であることがわかる。

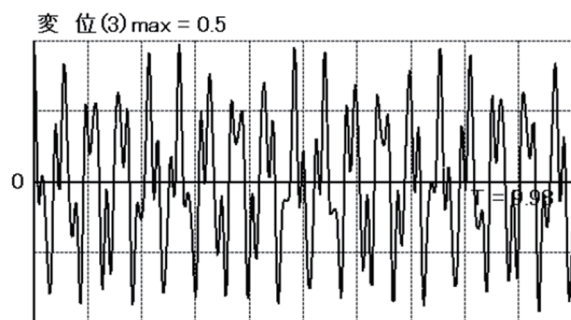


図3 自由振動波形

付録1に、3自由度ねじり振動系の振動問題解析用「MAP」プログラムを示す。なお、必要事項のみの記述となっている。

4. 結果及び考察

表1に、共振時の実験結果と解析結果の比較を示す。実験結果と解析結果はよく一致していることがわかる。

図5に共振時の画像を示す。2本のバネを用いたことにより、1次、2次、3次の振動モードの違いがよくわかる結果となった。なお、振動動画を次のURLにて公開している。

<https://youtu.be/KU-qSBESVlo>

図6に共振時の振動波形(解析結果, 時刻歴)を示す。解析時間はいずれも10sとした。なお、解析においては、粘性減衰係数 c ($c_1=c_2=c_3$) の値を、1

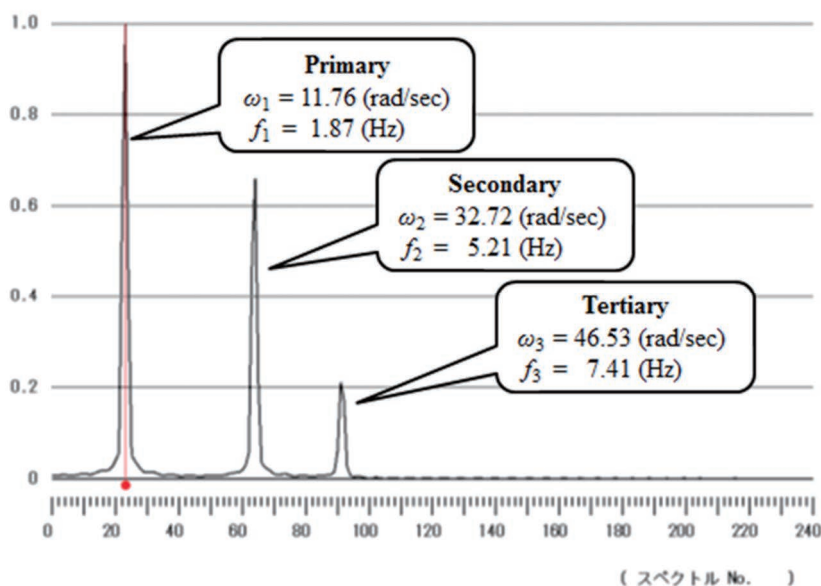
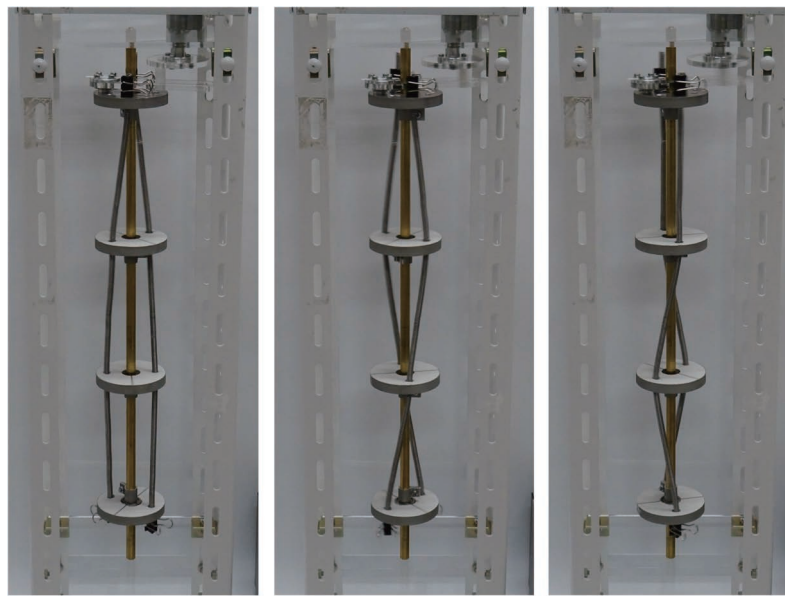


図4 図3の振動波形の周波数分析結果

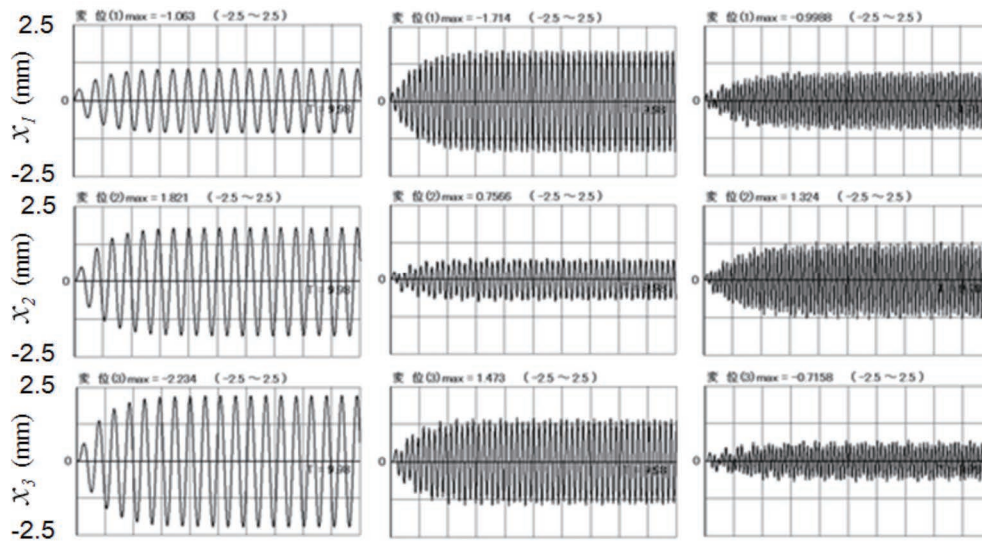
表1 共振時の実験結果と解析結果の比較

Resonance	Primary		Secondary		Tertiary	
	Exp.	Sim.	Exp.	Sim.	Exp.	Sim.
ω (rad/s)	11.52	11.76	32.15	32.72	47.12	46.53
f (Hz)	1.83	1.87	5.12	5.21	7.50	7.41
θ_1 (max) (rad)	1.19	1.06	2.28	1.71	0.72	1.00
θ_2 (max) (rad)	1.58	1.82	0.50	0.76	1.33	1.32
θ_3 (max) (rad)	3.32	2.23	1.50	1.47	0.78	0.72



(a) 1次 (b) 2次 (c) 3次

図5 共振時の画像

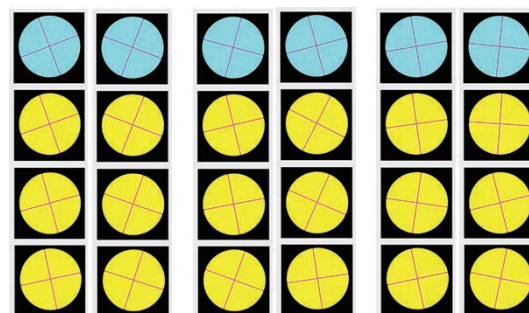


(a) 1次 (b) 2次 (c) 3次

図6 共振時の振動波形 (解析結果, 時刻歴)

次共振時 $9.0 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$, 2共振時 $1.2 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$, 3次共振時 $4.2 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$ と変えて実験結果を再現した。

図7に、図5及び図6に対応するところの振動モードを示す。本図はDSSの簡易アニメーションの機能を用いて作成したものである。それぞれ、左の図→右の図→左の図→右の図→・・・をくり返す。1次、2次、3次の振動モードの違いがよくわかる。各図中の上部の円板(水色)の動きは、加振状態を表している。



(a) 1次 (b) 2次 (c) 3次

図7 共振時の振動モード

5. 実験装置開発の手順

実験装置開発の手順，ポイントを次に示す。

- ① まず初めに，実験装置の構造について検討した。設置スペースを小さくするために，図1に示したような縦型構造とした。
- ② 解析モデルを作成し，運動方程式を立て，DSSを用いた初期段階の運動シミュレーションを行った。可視化に適した振動数範囲内（目標として約10Hz以内）で，1次，2次，3次の共振が生じるように，振動系の慣性モーメント・バネ定数をおおまかに決めた。
- ③ ②のシミュレーションを基に，図1に示したような振動実験装置を開発した。
 - ・加振方法は，揺動スライダクランク機構を利用した。加振の振幅は0.371radとした。
 - ・目的とする振動モード以外の振動が生じないように，回転円盤の中央に軸を通した。ベアリングを用い，摩擦を小さくした。
 - ・2本のバネで円板を連結し，ねじりバネとした。振動モードの可視化に有効であった。
- ④ 実験装置の各定数を正確に測定し，再度シミュレーションを行った。
 - ・バネ定数 k については，図8に示すような方法で，円板に加えた力 $F(N)$ と回転角 $\theta(rad)$ を測定して決めた。 $(k = F \times r / \theta)$
 - ・ここでは，振動系の固有振動数を正確に求め（本振動系は，1次，2次，3次），加振による共振シミュレーションを行い，固有振動数に対応した固有振動モードの確認も行った。
- ⑤ 実験装置を用いて，④で求めた各固有振動数に対応した共振現象（挙動）を確認した。
- ⑥ 実験装置の振動挙動を正確に再現するために，粘性減衰 c を考慮したシミュレーションを行った。

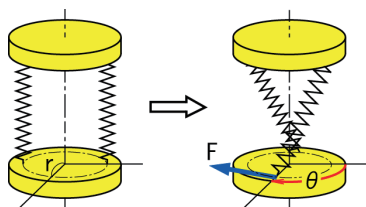


図8 ねじりバネ定数測定方法

6. あとがき

本研究により得られた主な結論は，以下のとおりである。

- (1) 振動現象の観察（共振と振動モードに注目）を目的とした，3自由度ねじり振動系の実験装置を開発した。
- (2) 製作された実験装置を用いて，1次，2次，3次の共振と振動モードの観察ができた。
- (3) 2本のバネを用いたねじり振動装置は，振動モードの違いを理解するのに非常に有効であることがわかった。
- (4) DSSを用いた振動シミュレーションは実験結果をよく再現するものであった。
- (5) 振動動画を，広く一般に公開した。

謝辞

本研究の一部は，日本学術振興会平成26年度及び平成27年度科学研究費補助金・基盤研究(C)（課題番号：26350217）の助成を受けて行われたことを付記する。また，実験装置の製作にあたっては，本校技術支援センターの丸山真弘氏と重岡洋平氏に多大な援助をいただいた。本紙面をお借りして感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 瀧口三千弘：機械系の動力学問題学習用教材の開発，論文集「高専教育」，第22号，pp.97-105(1999)
- 2) 瀧口三千弘：機械系の動力学問題学習用教材(DSS)の開発—簡易アニメーション機能の追加—，平成24年度工学教育研究講演会講演論文集，pp.552-553(2012)
- 3) 瀧口三千弘：機械系の運動・振動学習用ソフトウェアの開発，日本機械学会2015年度年次大会DVD講演論文集，J2010202(5p)(2015)
- 4) 瀧口三千弘：教育用運動シミュレーションシステム(DSS)の開発とそれを用いた学習指導例，平成8年度東レ理科教育賞受賞作品集，第28回，pp.38-40(1997)
- 5) 松本幸市・瀧口三千弘：振動現象学習用教材の開発—3自由度直線振動系の場合—，広島商船高等専門学校紀要，第35号，pp.7-12(2013)
- 6) 松本幸市・瀧口三千弘：振動現象学習用教材の開発—水平方向用加振台を用いた3階建て建造物の場合—，広島商船高等専門学校紀要，第36号，pp.13-18(2014)
- 7) 松本幸市・瀧口三千弘：振動教育用加振台の開発，平成25年度工学教育研究講演会講演論文集，pp.352-353(2013)
- 8) 瀧口三千弘・山元和真・藤原滋泰・藤野俊和：パッケージ型振動体の開発，広島商船高等専門学校紀要，第38号，pp.129-133(2016)
- 9) 例えば，雇用・能力開発機構職業能力開発総合大学校能力開発研究センター編：一級技能士機械加工科<教科書>，p313，職業訓練教材研究会(2001)

付録1 3自由度ねじり振動系の振動問題解析用のDSS「MAP」プログラム

```

Option Strict On
Option Explicit On
Imports System.Drawing

Module ModuleDemoPra03
  *EQUATION.S *****
  ** これより下のサブプログラムの中に、あなたがシミュレーションしよう
  ** とする式等を書いて下さい。【言語: Microsoft Visual Basic 2008】
  ** 《サブプログラム》
  ** [0] 型宣言 *KATASENGEN. -----> p00
  ** [1] タイトル, イメージファイル管理名, スイッチ *TITLE. -----> p01
  ** [2] 運動方程式
  ** (1) マトリックス要素で表した運動方程式 *MATRIX. -----> p02
  ** (2) 外力の計算式 *EXTERNAL_FORCE ----> p03
  ** (3) 入力変数の計算式 *INPUT_VARIABLE ----> p04
  ** (4) 補助変数の計算式 *AUX_VARIABLE ----> p05
  ** [3] 定数の値, 解析変数の初期値
  ** (1) 定数の値 *CONSTANT_VALUE ----> p06
  ** (2) 解析変数の初期値 *INITIAL_VALUE ----> p07
  ** [4] 特殊な解析を行う場合の条件式等 *SPECIAL_ANALYSIS -> p08
  *EQUATION.E *****
  ***** <p00>
  * [0] 型宣言
  ;
  ;基本部分 (省略)
  ;ユーザー変数

  Public I1 As Double : 上部円盤の慣性モーメント (kg・m2)
  Public I2 As Double : 中央円盤の慣性モーメント (kg・m2)
  Public I3 As Double : 下部円盤の慣性モーメント (kg・m2)
  Public k1 As Double : 加振円盤と上部円盤間のねじりバネ定数 (N・m /rad)
  Public k2 As Double : 上部円盤と中央円盤間のねじりバネ定数 (N・m /rad)
  Public k3 As Double : 中央円盤と下部円盤間のねじりバネ定数 (N・m /rad)
  Public c1 As Double : 加振円盤と上部円盤間の粘性減衰係数 (N・m・s /rad)
  Public c2 As Double : 上部円盤と中央円盤間の粘性減衰係数 (N・m・s /rad)
  Public c3 As Double : 中央円盤と下部円盤間の粘性減衰係数 (N・m・s /rad)
  Public omega As Double : 固有円振動数 (rad/s)
  ***** <p01>
  * [1] タイトル, イメージファイル名, スイッチ
  Sub TITLE()
  ; 【タイトル】

  Dim Today_Renamed As String
  Today_Renamed = CStr(Today)
  Today_Renamed = Split(Today_Renamed, "/")(0) & "年" & "月" & "-" &
    Split(Today_Renamed, "/")(1) & "日" & "-" &
    Split(Today_Renamed, "/")(2) & "日" & "-"
  TL(0) = "***** (2015)年 (11)月 *****"
  TL(1) = Space(32) & "解析日: " & Today_Renamed
  TL(2) = "運動解析プログラム 《MAP》"
  TL(3) = " (メモ: 3自由度ねじり振動系)"
  TL(4) = " 解析変数の数 = 3"
  TL(5) = " 入力変数の数 = ( 1 )"
  TL(6) = " 補助変数の数 = 6"
  TL(7) = " "
  TL(8) = "*****"

  ; 【イメージファイル管理名】
  ;
  ;
  IMAGE_FILE = "Sin09" ' <----- イメージファイル管理名
  ;
  ; 【スイッチ】
  ;
  ;
  SW_AAA = 1 ' <----- 入力変数スイッチ (0 か 1)
  SW_BBB = 0 ' <----- 特殊解析スイッチ (0 か 1)
  ;
  End Sub
  ***** <p02>
  * [2]-(1) 運動方程式
  ;
  * 運動方程式を, 次のようなマトリックス要素で表して下さい。
  *
  * 
$$\begin{bmatrix} A(1,1) & A(1,2) & A(1,3) \\ A(2,1) & A(2,2) & A(2,3) \\ A(3,1) & A(3,2) & A(3,3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} DDX1 \\ DDX2 \\ DDX3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(1,4) \\ A(2,4) \\ A(3,4) \end{bmatrix}$$

  *
  * 解析変数には, 次の変数名を使って下さい。
  * (角) 加速度: DDX1, DDX2, DDX3, DDX4, DDX5, DDX6
  * (角) 速度: DX1, DX2, DX3, DX4, DX5, DX6
  * (角) 変位: X1, X2, X3, X4, X5, X6
  *
  * 入力変数がある場合には, 次の変数名を使って下さい。
  * (角) 加速度: DDY1, DDY2
  * (角) 速度: DY1, DY2
  * (角) 変位: Y1, Y2
  *
  * 01,02,03 は, 外力項です。
  Sub MATRIX()
  ; 【運動方程式】
  ;
  ; ----- 第1式 -----
  ;
  A(1, 1) = I1
  A(1, 2) = 0
  A(1, 3) = 0
  A(1, 4) = 01-k1*X1-k2*X2+k3*X3-c1*DDX1-c2*DDX2+c1*Y1+c1*DY1
  ; ----- 第2式 -----
  ;
  A(2, 1) = 0
  A(2, 2) = I2
  A(2, 3) = 0
  A(2, 4) = 02-k2*X2-k3*X3+k3*X3-c2*DDX2-c3*DDX2+c2*DX1+c3*DX3

```

```

; ----- 第3式 -----
;
A(3, 1) = 0
A(3, 2) = 0
A(3, 3) = I3
A(3, 4) = 03-k3*X3+k3*X2-c3*DDX3+c3*DX2
; -----
End Sub
***** <p04>
* [2]-(3) 入力変数の計算式
;
;
DDY1, DDY2 : (角) 加速度 (rad/s2)
DY1, DY2 : (角) 速度 (rad/s)
Y1, Y2 : (角) 変位 (rad)
;
Sub INPUT_VARIABLE()
; 【入力変数】
; ----- 第1入力変数 -----
;
DDY1 = -0.371*omega^2*Math.sin(omega*T)
DY1 = 0.371*omega *Math.cos(omega*T)
Y1 = 0.371 *Math.sin(omega*T)
;
End Sub
***** <p05>
* [2]-(4) 補助変数の計算式
;
;
Sub AUX_VARIABLE()
; 【補助変数】
; -----
;
S1 = I1
S2 = k1
S3 = c1
S4 = omega
S5 = Y1
S6 = DY1
; -----
End Sub
***** <p06>
* [3]-(1) 定数値
;
; ----- 自動設定用定数 (単位, メモ) -----
T_END = 10 ' [sec] シミュレーション時間
T_DELTA = 0.002 ' [sec] 時刻幅 (但し T.DELTA<=T.END/200)
; ----- 一般定数 -----
G = 9.8 ' [m/s2]
PAI = Math.PI ' 円周率
DRC = PAI / 180 ' DEG --> RAD この値をかかればよい
RDC = 180 / PAI ' RAD --> DEG この値をかかればよい
; ----- 慣性モーメント -----
I1=7.7068E-05 : I2=7.7068E-05 : I3=7.2068E-05 ' [kg・m2]
; ----- ばね定数 -----
k1=0.0514 : k2=0.0514 : k3=0.0514 ' [N・m/rad](ねじりばね)
; ----- 粘性減衰係数 -----
c1=0.0009 : c2=0.0009 : c3=0.0009 ' [N・m・s/rad](回転減衰) 1次
c1=0.00012 : c2=0.00012 : c3=0.00012 ' [N・m・s/rad](回転減衰) 2次
c1=0.000042 : c2=0.000042 : c3=0.000042 ' [N・m・s/rad](回転減衰) 3次
; ----- その他 -----
omega=11.76 ' 固有円振動数(rad/s) 1次: 11.76, 2次: 32.72, 3次: 46.53
; -----
End Sub
***** <p07>
* [3]-(2) 解析変数の初期値
;
;
Sub INITIAL_VALUE()
; 【初期値】
;
; (角) 加速度 (角) 速度 (角) 変位
; (m/s2) (m/s) (m)
; (rad/s2) (rad/s) (rad)
; -----
DDX1 = 0
DX1 = 0
X1 = 0
; -----
DDX2 = 0
DX2 = 0
X2 = 0
; -----
DDX3 = 0
DX3 = 0
X3 = 0
; -----
End Sub
(注)
<p03>と<p08>については, 記述箇所がないので省略した。

```