

## 線形和水分保持関数に対する一般化透水モデルの評価

## Evaluation of a general hydraulic model for multimodal retention function

関勝寿<sup>1</sup>・取出伸夫<sup>2</sup>・M. Th. van Genuchten<sup>3</sup><sup>1</sup>東洋大学・<sup>2</sup>三重大学・<sup>3</sup>Utrecht University, São Paulo State University

## 要旨(Abstract)

Durner の線形和水分保持関数(dual-VG モデル)によって幅広い圧力の水分保持曲線をよくあらわすことができるが、Mualem モデルでは低水分領域の不飽和透水係数をあわせにくいという問題があった。一般化透水モデルによって自由パラメータを1つ増やすことによりこの問題が解決し、Peters のモデルと同等の透水性関数の表現力を持つことが明らかになった。

キーワード：水分保持, 透水係数, 一般化透水モデル, Mualem モデル

**Key words:** Water retention, hydraulic conductivity, general hydraulic conductivity model, Mualem model

## 1. はじめに

Durner の dual-VG(van Genuchten)モデルから Mualem モデルによる不飽和透水係数を推定すると、現実の土壌の低水分領域の傾きを表現できないとして、Peters は透水性の高水分領域で Mualem 式を、低水分領域では独立の傾きを与えるモデルを提案した。

本研究では、一般化透水モデルのパラメータ  $p$  と  $r$  を自由変数とすれば、高水分領域と低水分領域のそれぞれに独立の傾きを与えられるため、透水性曲線全体が実測値とよくあうことを示す。

## 2. 方法

サクシオンを  $h$ , 体積含水率  $\theta$ , 飽和体積含水率を  $\theta_s$ , 残留体積含水率を  $\theta_r$  とする。Durner の dual-VG (van Genuchten)モデル

$$\theta(h) = \theta_s S(h)$$

$$S(h) = w S_1(h) + (1-w) S_2(h)$$

$$S_i(h) = [1 - (\alpha_i h)^{n_i}]^{-m_i}$$

( $m_i=1-q/n_i$ , 本研究では  $\alpha_1=\alpha_2$ ) に対して、 $p, q, r$  を変数とする一般化透水モデル

$$K_r(h) = \frac{K(h)}{K_s} = S(h)^p \left[ \frac{\int_0^{S(h)} h(S)^{-q} dS}{\int_0^1 h(S)^{-q} dS} \right]^r$$

( $K_r$  は相対透水係数,  $K$  は不飽和透水係数,  $K_s$

は飽和透水係数)を適用する。Mualem モデルでは  $q=1, r=2$  であり、屈曲度  $p$  は自由パラメータとされる。

Seki et al. (2022)は、一般化透水モデルに対して、VG, BC (Brooks & Corey), Kosugi の任意の線形和モデルの  $K$  の閉形式解を求め、BC の線形和モデルを使った考察により、水分保持サブモデルの両対数傾き  $\lambda_i$  と、透水係数サブモデルの両対数傾き  $a_i$  の間に

$$a_i = (p+r)\lambda_i + qr$$

の関係があることを示した。したがって dual モデルの  $\theta(h)$  を定めると  $K(h)$  の高水分領域と低水分領域の傾き  $a_1, a_2$  を決める  $(p+r, qr)$  の組が連立方程式から一意に決定する。 $(p+r, qr)$  を決めるためには  $(p, q, r)$  の中の 2 変数を自由変数とすれば良く、3 変数は過剰パラメータとなる。VG モデルの  $\theta(h)$  に  $q$  が含まれることから、 $q=1$  として  $p$  と  $r$  を自由パラメータとする。

検証データとして、Peters の論文で引用されている Mualem カタログに含まれる Gilat Loam 及び UNSODA データベースを用いた。

## 3. 結果

Durner と Peters モデルによって  $\theta(h)$  曲線をフィッティングしてから、 $K(h)$  曲線をフィッティングした結果を示す(Fig.1)。

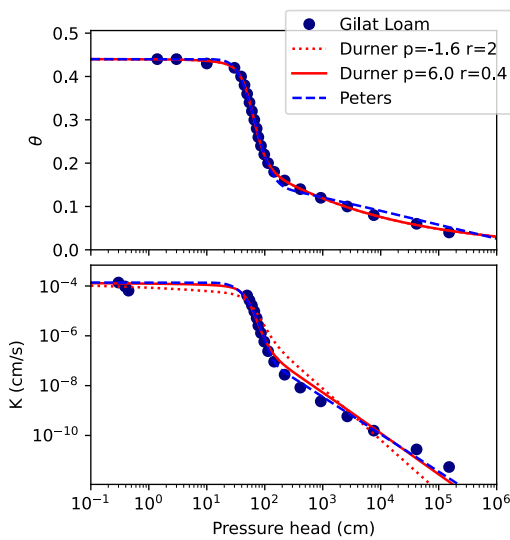


Fig.1 Gilat Loam の水分保持と透水性

$\theta(h)$  曲線はいずれのモデルでもよく実測値と適合した。 $K(h)$  曲線は、Mualem モデル( $r=2$ )では全体として実測値とやや乖離したが、 $p, r$  を最適化して  $p=6.0$ ,  $r=0.4$  とすることで、Peters モデルと同様に  $K(h)$  曲線全体がよく適合した。そのことは Fig.2 によって説明される。

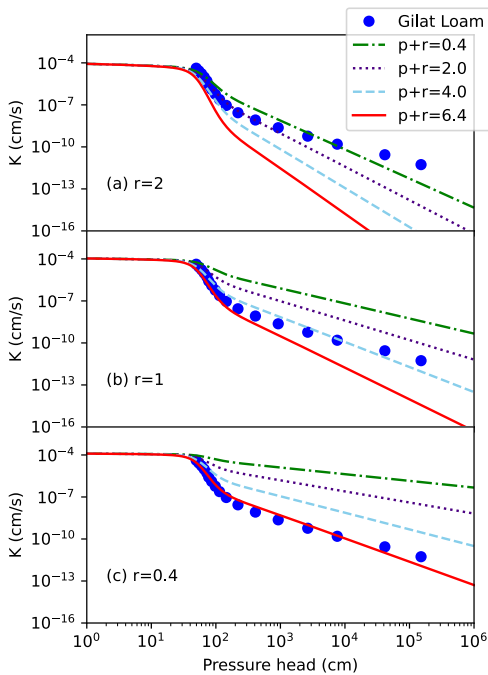


Fig.2 Durner モデルによる不飽和透水性変化

(a)の Mualem モデル( $r=2$ )では低水分領域の  $K(h)$  の傾きが大きく  $p$  を変化させても全体をあわせることができないが、(c)の  $r=0.4$  においては、 $p=6.0$  において  $K(h)$  全体がよくあう。

なお、「方法」に記したことから  $(p+r, qr)$  の組が等しければ類似の  $K(h)$  曲線が得られることが推測され、Fig.3 によって確認される。

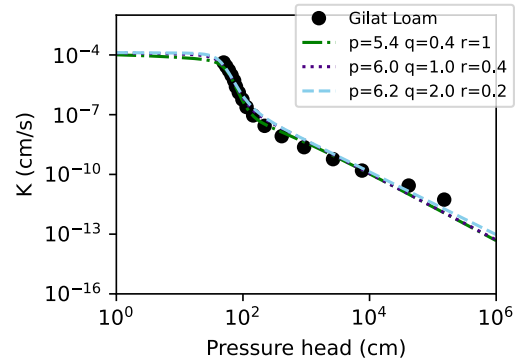


Fig.3  $(p+r, pr)=(6.4, 0.4)$  の 3 曲線

UNSODA データベースの中から、 $\theta(h)$  と  $K(h)$  のデータが比較的広い圧力で得られている 20 個の土壌を選び、Gilat Loam と同様の解析をしたところ、いずれの土壌でも Durner モデルと一般化透水モデル ( $p, r$  自由変数) によって、Peters モデル ( $p, a, \omega$  自由変数) と同様に実測値をよく表現する  $K(h)$  曲線が得られた。 $\log(K)$  決定係数の平均値は、Durner モデルでは 0.973、Peters モデルでは 0.956 という値も極めて高かった。

#### 4. おわりに

Seki et al. (2022) の  $KO_1BC_2$  と dual-BC モデルで  $r=1$  かつ  $(p, q)$  を自由変数とすることで dual-VG と同様の結果が得られている。

パラメータ決定のソフトウェア `unsatfit` を <https://sekika.github.io/unsatfit/> で公開している。

#### 参考文献

Seki et al. (2022) *Vadose Zone J.* <https://doi.org/10.1002/vzj2.20168>