ライプニッツと「点」の概念について

――点の定義をめぐる数理哲学史の観点から――

池田真治（富山大学）

ライプニッツの哲学において，「点」が極めて重要な役割を担う概念であることは，言うまでもないことであろう．実際，予定調和の体系を表明した『新説』（1695）では，数学的点，自然学的点そして形而上学的点と，三種の点が分類され，それぞれ数学的対象の理念性，物体の現象性，実在の形而上学的原初的構成要素がもつ一性に対応する[1]．そして，晩年の『モナドロジー』（1714）では，この形而上学的点が，いわば「モナド」という単純実体として，事物を構成する自然の真なるアトムとして捉えられることになるからである．

そもそも「点」の概念は，すでに初期ライプニッツでも極めて重要な位置付けを持っていた．たとえば，『抽象的運動論』（1670/71）では，不可分な点において精神的なコナトゥスが位置するとされる．すなわち，「点」は，瞬間や不可分者，そしてコナトゥスとの関係で重要な役割を担う．また，その『抽象的運動論』の Fundamentum 5 において，「点は部分を持たないのではない．またその部分が考えられていないのでもない．点とは延長を持たないものである」と定義されているのも興味深い．なぜならそこでライプニッツは，エウクレイデスやホッブズの点の定義を拒否しているからである．

ライプニッツが自らの哲学体系を形成していくにあたって，「点」概念がもつ哲学的な重要性と可能性を早くから洞察し，数学や自然学，そして形而上学というそれぞれ異なる分野において，点概念の哲学的意義を深く総合的に理解していたことは疑いえない．そして，他の哲学者や数学者が与えた点の定義を吟味し，自らの体系に取り込んでいったに違いない．しかし，ライプニッツの「点」概念がもつ意義について，点の定義をめぐる数学史および哲学史に照らした上で十全に検討したものはまだ見当たらないように思われる．

そこで本発表では，ライプニッツおよびその前後の時代における点の定義をめぐる数理哲学史を参照しつつ，ライプニッツにおける点の概念について考察してみたい．そこではもっぱら幾何学的点の定義を中心に考察する予定ではあるが，点の認識論および存在論の局面にも踏み込まざるをえないだろう．

現代では，非有点幾何学（Pointless Geometry, Geometry without Point）やトポスの理論に見られるように，点の概念は幾何学にとって必ずしもプリミティヴなものではない．歴史的に見れば，すでにアリストテレスにおいて下降的定義が登場している．すなわち，立体から始め，立体からそれを制限する平面，そ

---

[1]「実体の原子，すなわち部分を全然もたない実在的一性だけが作用の源泉なのであり，事物の合成の絶対的な第一原理でもあり，いわば，実体的事物の分析の窮極の要素なのである．それは形而上学的点と呼んでもよい．そこには生命的なところと，一種の表象（perception）がある．数学的点は形而上学的点が宇宙を表出する（exprimer）ための視点となっている．物体的実体が凝縮するとすべての組織的器官が一緒になり，われわれにとっては物理的点としてのみ見られることになる．それゆえ物理的点は見かけ上でのみ不可分であるにすぎない．数学的点は厳密ではあるが様相でしかない．厳密でしかも実在的であるのは，形而上学的点もしくは（形相ないし魂によって構成された）実体の点だけである．これがないと実在的なものはまったくなくなってしまう．真の一性がなければ多数性もないからである」（著作集，8，『実体の本性と実体相互の交渉ならびに心身の結合についての新たな説』，pp. 82–83）．「視点（points de vue）」については，『モナドロジー』§57 など参照．

して平面からその境界である線，線からあらゆる延長を欠いている点へと進む定義である．この定義は，プロクロスの『エウクレイデス『原論』第一巻注解』において批判的に検討されることになる．16–17 世紀においても，エウクレイデス『原論』の訳解や幾何学の入門書において，点から始める上昇的定義だけでなく，物体や立体から始める下降的定義が示されている．自律した現代の数学では，いずれの定義を採ろうが，それは公理系の選択にすぎず，互いに理論的に同値になることも示されているが（ブール代数に対するストーンの表現定理），ライプニッツの時代においては，数学は哲学と入り組んでいる．われわれは，近世西欧における「点」の哲学に踏み込まなくてはならないであろう．

I. 本論．ライプニッツにおける点の概念

§1. 『抽象的運動論』における点の概念

ライプニッツが「連続体の合成の迷宮」に明示的な仕方で言及するのは，おそらく 1671 年 3 月 11 日付けのオルデンバーグ宛書簡が最初である．それは，すでに書き上げていて，後にパリ諸学アカデミーとロンドン王立協会にそれぞれ提出することになる，『抽象的運動論（*Theoria Motus Abstracta*）』と『自然学の新仮説（*Hypothesis Physica Nova*）』（『具体的運動論』）の内容について，ごく手短にその要点を触れている箇所においてである．

> 点は何かある最小なもの（minimum）ではないし，あらゆる部分を欠いたものでものない．点はむしろ，非延長体，すなわち部分の隔たり〔差異〕を欠いたものである．・・・
> 点とはその部分がないものではなく，その部分が考えられないものでもない．点は，その任意の延長に対してより小さいものを割り当てることができるものである．これはカヴァリエリの方法の基礎である．しかし，私は何かそれについてより明晰に言われるべきことを先取りしているのだろうか．むしろ，私は他の方法ではほとんど連続体の合成の迷宮から逃れることができないと信じている．（A II 1, 146f.）

ここでは，点は部分をもつ不可分者として考えられている．そして，点を「部分を持たないもの」とするユークリッドの点の定義と，「その部分が考えられないもの」とするホッブズの点の定義が拒否されている[2]．点が部分を含むとライプニッツが考えるのは，不可分者は部分をもたないので連続体を合成しえ

[2] ホッブズの点の定義については，「点とはその量が考えられていないものである」という *De corpore* における定義を参照せよ．ホッブズは，*Six Lessons to the Savilian Professors of the Mathematics* で，Σημεῖον を Signum と訳し，ユークリッドの点の定義を「点とはその部分が無いものである」（Signum est cujus est pars nulla; A mark is that of which there is no part）としている．点とは徴（しるし）であって，しるしそれ自体は可視的だから，量をもつ物体である．また，「部分が無い」という規定に関しては，不可分(indivisible)ということではなく，分割されていない(undivided)という意味だとする．不可分なものは，可視的ではなく，量をもたず，無なものである．ユークリッドが点を不可分なものと理解していたら，「点は無なものである」と定義したことであろう．こうして，ユークリッドがアリストテレスの「スティグメー」ではなく「セーメイオン」としたのは，点が量をもたない不可分なもの，したがって無なものとしたわけではなく，点は，実際には可視的で量をもつものだが，その量が考えられない，分割されていないものとして，つまり規約的な記号として幾何学の原理として導入したかったのである．「考えられない」というのは，

ない，というアリストテレス（主義者）の反論をあらかじめ避けるためである．

ライプニッツは，『抽象的運動論』（1670–71）[3]においても，ユークリッドの点の定義を拒否する．ライプニッツは，「あらかじめ論証可能な基礎」として，(1)「**連続体の内には現実的な諸部分がある**」こと，そして，(2)「**それら諸部分は現実的無限に存在する**」ことを認める．そして，(3)「**空間あるいは物体の中には**最小体（minimum）**は存在しない**．すなわち，いかなる大きさも部分も持たないものはない」とする．このことで，ライプニッツはユークリッドの点の定義「点とは部分を持たないものである，あるいは大きさを持たないものである」（『原論』第 I 巻，定義 1）に該当する対象が，(『抽象的運動論』で扱う物理的な）空間ないし物体中には存在しないことを述べている．そして，次のように述べる．

> そのような［ユークリッドの点の定義に該当するような］事物は，いかなる位置（situs）も持たない．なぜならどこかに位置を持つものは何であれ，互いに触れ合っていないようないくつかの事物によって同時に触れられうるし，したがっていくつかの面を持つだろうからである．全体がその部分と同じだけ多くの minima を持つということを帰結せずに，minimum を仮定することはできないが，それは矛盾を含意する[4]．

ここで注目すべきは，ライプニッツが，点の不可欠な要素として「位置（situs）」を再導入していることである．さらに，「(4) **不可分者あるいは非延長的事物が存在する**．でなければ，ある運動ないし物体の始まりも終わりも知解できない」として，運動論の理論的基礎のために，不可分者の存在を要請する[5]．

そして，オルデンバーグ宛書簡と同様にカヴァリエリの不可分者との関連で，点を次のように定義している：

> （5）**点は，部分を持たないものではない**．またその部分が考察されないものでもない．点とは，**延長を持たない**ものである．すなわち，その諸部分が隔たりを欠き，その大きさが無視できるほどわずかで指定不可能なものであり，他の可感的な大きさに対しては無限の比によってしか決して表せず，与えられうるいかなる比よりも小さいものである．しかしこれは**カヴァリエリの方法**の基礎であり，人が与えられうるいかなるものよりも小さい線や図形の原基，いわば始まりを考察するかぎりにお

点自体を証明において説明しないということである．こうしてホッブズは，「ユークリッドの点の定義は正確に真であり，点とはその量が考えられていない物体であるという自身の定義と同じものである」として擁護する（*The English Works of Thomas Hobbes*, vol. VII, London, 1845, pp. 200-202）．

また，ホッブズとライプニッツの点概念の比較については，M. Fichant, Note sur la philosophie du point chez Leibniz et Hobbes, dans *Leibniz lecture critique de Hobbes*, sous la direction de Éric Marquer et Paul Rateau, Les Presses de l'Université de Montréal / Vrin, 2017, 205-218.

[3] A VI 2, 258–276; R. アーサーによる英抄訳が LC, 339–343 に，また増永洋三による抄訳が『人類の知的遺産 38　ライプニッツ』（講談社，1981）にある．

[4] おそらくここでライプニッツは，ある線分とそれより長い線分とでは同数の指定可能な点を含むという幾何学の論証を想定している．これは Libert Froidmont が *Labyrinthus sive de compositione continui*（1631）で提示したもので，有名なのは，ガリレオが『新科学対話』で提示したものである．ライプニッツは，*De minimum et maximum*（1672–3）や *Pacidius Philalethi*（1676）において，そのあるバージョンを提示している．

[5] 論証は省略するが，端的には，運動ないし物体の「始まり」が延長をもつものと解してしまうと，無限に分割できてしまい，真の始まりをいつまでも決定できないことに基づく．

いて，そこではその真理が明らかに論証されている．(A VI 2, 264–65)

こうしてライプニッツは, 点を「延長を持たないもの, その部分が隔たりを欠くもの」として定義する．ここでもライプニッツは, 点を不可分者として理解し, その不可分者が部分を含む, としている．他方で, 大きさを諸部分の多で定義しているので, ライプニッツの点は, ガリレオの量のない部分（parti non quante）とも異なり，ある意味で大きさをもちうるものである．すなわち，ライプニッツは，点の大きさを「無限の比」によってしか表せないもの，したがって無限小なものだとする．こうして，点と空間（有限線分）との比は，静止と運動の比のように 0：1 ではなく［基礎（6)]，1：∞であるとする．

ライプニッツが「カヴェリエリの方法」ということで念頭しているのは, 無論, カヴァリエリがその『不可分者による連続体の幾何学』（1635, 1653）[6]で提示した，不可分者の方法である．そこでは，線の究極的部分すなわち不可分者は点であり，同様に面の不可分者は線である，そして点の全体は線，線の全体は面をつくると考えた．ただし，カヴァリエリは，不可分者の本性に言及することを避けた．実際，カヴァリエリは，ガリレオへの手紙（1634）で,「私は連続体が不可分者より合成されているということを，まったく断言しません」と述べている[7]．ライプニッツが,『抽象的運動論』では，より積極的に連続体が不可分者によって合成されていることを主張し，不可分者をほとんど無限小と混同して理解しているところを見ると，トリチェリを介して，あるいは他の著者の解説による間接的な仕方で，カヴァリエリの不可分者の幾何学を受容したように思われる．カヴァリエリは，少なくともライプニッツの理解するところでは，点を無限小の線分，図形（面）を無限小の相等しい幅を持つ長方形で置き換えた（ライプニッツは，その微積分において, 相似を利用するため一点を共有する三角形で置き換えることになるが，ここではまだ微積分は確立していない)．

他方で, ライプニッツはガリレオと異なり, 不可分者とその間を埋める間隙（空虚）の二者を立てない．ライプニッツにとって「(7) 運動は連続的である．すなわち，いかなる静止の間隙によっても中断されない」のであり，デカルトと同様，世界の充満を仮説している．したがって，点＝不可分者の間の空隙による比によって線分の大きさの違いが説明されるのではない．

そこでライプニッツが採用するのが，ホッブズのコナトゥスの概念であり,「延長をもたないが部分をもつ」という点の観念である．ゼノンがその２分割（競争）などのパラドクスによって，運動が決して始まらないと結論し, 運動が不可能であることを論証しようとしたのに対して, ライプニッツは運動の実在性を擁護し，運動の非延長的な端緒がなければならないとする．そして，ライプニッツはホッブズにしたがい，この運動の端緒を「コナトゥス」(conatus）と呼び，その運動を形成している時間の区間の端緒（瞬間）を覆う線の端緒（点）と比例的であるとする．

実際，2 点 p, q が，それぞれ速度 M, N という不等な一様運動によって時間 T のあいだに描写される異なる 2 つの線の端緒だとしよう．このとき 2 点 p, q は，これらの運動の端緒であるコナトゥスに比例的で，それぞれ p=M/∞, q=N/∞になる．なぜなら,「(10）努力（コナトゥス）の運動に対する関係は，点の空間に対する関係に同じである．すなわち，1 と無限の関係である．というのも，それは運動の始まりと終わりだから」である．したがって，これらの点は無限に小さいとはいえ，M∶N という比を保っている．

[6] *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*［ある方法によって前進された不可分者による連続体の新幾何学]，Bolonia, 1635. 1653 年版が普及している．
[7] K. Andersen, Cavalieri's method of indivisibles, *Archive for the History of Exact Sciences*, 1985, vol. 31, p. 307

無限個のコナトゥス M/∞が運動 M を合成するように，長さ MT/∞の無限個の点は，長さ MT の線分を合成する．

しかし，点が延長を持たず，いかにして空間のより大きな部分を占めうるのか．初期ライプニッツの答えは，「(13）**ある動く物体の，その努力する時間における一点**，すなわち与えられうるよりも小さい時間における一点は，**空間のいくつかの**場所（locus）ないし**諸点**にある」というものだ．「けれども，この空間の部分は依然として指定不可能である，あるいはある点から成る」としている．ライプニッツは，努力（コナトゥス）がもつ比例的な大小に訴えて，点に非延長的な大きさを導入しているのである．「(14）しかし一般に，**何であれ動くものは，それが動く間，決して一つの場所にあるのではない**」．ライプニッツにとって，コナトゥスは，瞬間的なものでも最小（minimum）ではありえない．それは与えられうるより小さい（つまり無限小の）時間においてある．運動している物体に関して言われる場合の点は，場所の多をもつ．「ある時間においてある線を完成するものは何であれ，与えられうるよりも小さい時間において，<u>与えられうるよりも小なる線，すなわち点</u>を完成する」．

このように，ライプニッツは，『抽象的運動論』では，点を不可分者，したがって無限小の線分とみなすことで，点は延長を持たないが部分をもつ，と定義しているのだ．

ライプニッツは点を不可分者に，そしてコナトゥスに結びつけるが，ホッブズがコナトゥスを唯物論的に捉えたのとは逆に，コナトゥスを精神的なものに接近させる．引用しよう．

> (17）**精神にあるものを除いて，いかなる努力も運動なしにはある瞬間以上持続することはない．**というのも瞬間の内にあるのは努力であり，ある物体が運動する時間の内にあるからである．そしてここには，いままで誰にも説明されてこなかった，物体（身体）と精神のあいだの真の区別を追及する戸が開かれている．というのも，すべての物体は瞬間的な精神である，すなわち**想起**（recordatio）を欠くある精神であるからである．というのも，それはそれ自身の努力を保持せず，ある瞬間よりも長く互いに相反するからである．

ライプニッツは，瞬間を超えてコナトゥスを持続させるものは精神をおいてほかにはない，とする．物体は「瞬間的な精神」であるとし，運動の端緒の原理であり，その連続的で無限な集積によってコナトゥスを保存させることで，物体の運動をもたらしているのは，精神の一性にほかならない．「(18）一方の点は他方の点よりも大きい，一方の努力は他方の努力よりも大きい，しかし一方の瞬間は他方の瞬間と等しい」．すなわち，諸瞬間は互いに等しいが，諸点は，努力と同様に，互いに不等である．ライプニッツは，努力の不等性から，点の不等性を帰結する．

このように，『抽象的運動論』では，不可分で非延長的だが比較可能な大きさを持つものとして理解された点が，コナトゥスを介して，精神と結び付けられた．それは，点が持つ不可分性と非延長性，そして質的な大きさ（より現代的には強度量ないし内包量）の最終的な根拠が，精神ないし魂求められるということにほかならない．ライプニッツは，『抽象的運動論』の後に書かれたヨハン・フリードリヒ公宛の書簡（1671 年 5 月 21 日付け）で，精神が一点に存在することを，次のように証明する．

> 精神が一つの点に存することを証明してみせましょう．そこから，精神が一点より大きいところでしか破壊されえないことが導かれます．なぜなら，点は不可分であり，したがって破壊されえないから

> です．それゆえ，ある物体が焼き尽くされれば，大地のいたる所に分散されますが，精神はそれが存する点において，無傷のまま永遠に存続します．というのも，何が点を焼き尽くすというのでしょうか？（A II 1, 180）

こうして，初期ライプニッツは，精神の位置する座として「点」を認める．

ライプニッツが微積分の確立など華々しい成果を挙げたパリ期（1672–76）を終え，ハノーファーへ帰る途中のロンドンで，テムズ河に停泊中の船内で書いた運動論に関する対話篇，『パキディウスからフィラレトゥスへ』*Pacidius Philaleti*（1676)』において，「連続体の合成の迷宮」が本格的に再考される．そこでは，点が線の分割によって作られる端（ないし限界）であるとする，アリストテレス的な理解が踏襲される．

> ［カリヌス：］......点はそれらが割り当てられる以前には存在しない．もしある球体がある平面に接触するならば，その接触の場所はある点である．もしある物体が他の物体と，あるいはある面が他の面と交わるならば，その交差の場所は各々ある面ないしある線である．けれども，点や線あるいは面は他のどの場所にも存在しないし，分割によって作られたのを除き，一般にいかなる端も存在しない．また，ある分割によって作られる以前に，連続体の内にいかなる部分も存在しない．（A VI 3, 553）

そして，点からのボトムアップによる連続体の合成，および，連続体の点への分解を明確に否定する．

> ［カリヌス：］......我々は次のことを結論しました．すなわち，連続体は点へと分解されうることもなければ，点から合成されうることもないことを．また，連続体のうちに指定可能な点の固定的・確定的な数（有限であれ無限であれ）もないことを．（A VI 3, 555）

この時期にはライプニッツは，すでに自らの微積分を確立し，不可分者と無限小の概念を明確に区別している．また，運動論の基礎として，点とコナトゥスを結びつけた『抽象的運動論』の立場は，すでに放棄されている．『パキディウス』では，運動を場所の変化として捉え，「変化」を「隣接する２つの瞬間における，［先後という］対立的な２つの状態」として定義する．ここでも自然現象の連続性，したがって運動の連続性があらかじめ前提されており，「何であれそれが連続的に変化するならば，一方の状態においてそれが存在している任意の瞬間は，ある対立的な状態にある存在のある瞬間によって後続される」とする（A VI 3, 562）．ここから，次のことが帰結する．

> すなわち，もし何らかの物体が連続的に動くのであれば，空間のある一点におけるその存在の任意の瞬間は，空間の別の点における存在のある瞬間によって後続される．（Ibid.）

運動の本性に関する考察の結果，『パキディウス』においてライプニッツは，「超越創造（transcreatio）」という仕方で，先行する点から隣接している後続する点への飛躍を認めることになる．このように，『パキディウス』では，各々の点が異なる大きさの部分をコナトゥスの大きさに応じて比例的に持ちうるとした『抽象的運動論』の立場はもはやなく，部分を持たない幾何学的な点が採用されていることが明らかで

である．

「連続体の合成の迷宮」を解決するために，パリ期を経たライプニッツが採用するのが幾何学からのアプローチである．それは，『幾何学の使用について（*De usu geometriae*）』（1676）という小編において，次のように表明されている．

> というのも，幾何学のみが連続体の合成の迷宮（Labyrinthus de Compositione Continui），最大と最小，および割り当て不可能な数と無限の迷宮に対して〔アリアドネーの〕糸をもたらすことができるからである．そして，その迷宮をくぐりぬけたのでなければ，誰も真に信頼できる形而上学に到達することはないであろう．（A VI 3, 449）

§2. 中期ライプニッツの諸定義における点の概念

1678年以降，ハノーファー期のライプニッツは，一方では，あらゆる諸学の基本概念を定義するという彼の普遍学（scientia generalis）の理念を特殊な学問領域で実現することを目的とする．したがって，この時期には，「諸定義（Definitiones）」に関する論稿や断片が目立つ．他方では，新しい幾何学的記号法の開発に乗り出す（それは，1679年8月20日の『幾何学的記号法（*Characteristica geometrica*）』で暫定的な結論に達した）．以下では，AVI 4を中心に，諸定義に関するマニュスクリプトの中から，点の定義に注目して整理したい．

1678–79年頃の諸定義に関するある草稿[8]で，ライプニッツは直線の真の生成について語る．脚注で"NB"，つまりnota bene（良く注意せよ）と強調されているように，直線の真の定義を発見したと記されている．それによると，「直線とは，その内の各々の点の合同な位置が，二つの与えられた点に一致するものである」[9]．また，「線とは，ある与えられた点から順番に，ある規則に従って決定できる無際限数の点の軌跡である」[10]．ただし，点（punctum）の定義は見当たらない．ライプニッツにとって，幾何学的記号法の構築においては，点ではなく，直線の定義の方が重要な問題であったようだ．しかし幾何学的記号法では，点のsitus（位置）が重要となる．

『ユークリッドの公理の証明』（*Demonstratio Axiomatum Euclidis*）[11]は，おそらく1678年半ばに始まったと思われる彼の幾何学的基礎研究の文脈に属す． 例えば，ライプニッツは，二つの点が位置（situs）を持つことを，ACという2点が同時に知覚されることとして捉える．すなわち，点の同時知覚（同時表象）として，図形のsitusを捉える．Recta linea, Situs, Extensum, Extensio, Locus, Spatium, Corpusなどの定義が試みられているが，そこでは，「点とは位置（situs）を持つもののうちで，最も単純なものである」[12]としている．

形而上学の観点からは，点を事物ないし連続体の内にある「様態（modus）」として定義しているのが目立つ．たとえば，『形而上学の定義と考察（*Definitiones cogitationesque metaphysicae*）』（1678-9, 1681）では，

---

[8] 25. *Definitiones: punctum, linea, voluntas, perceptio, sentire* [Sommer 1678 bis Anfang 1679 (?)]

[9] Recta linea est in qua puncti cujusque ad duo data puncta situs congrui coincidunt.

[10] Linea est locus punctorum numero indefinitorum quae ex certis punctis datis ordine per certam regulam determinari possunt.

[11] 54. *Demonstratio axiomatum Euclidis* [22. Februar (4. März) 1679]

[12] A VI 4, 177: Punctum est simplicissimum eorum quae situm habent.

点そのもの及び瞬間そのものは，事物ではなく，境界（terminus）あるいは事物の様態（modus rerum）なので，もし物体に質料のみしかないならば，物体に実在性あるいは完全性もないであろう．また，もし物体に形相のみしかなければ，可変なものも不完全なものも何もないであろう．（A VI 4, 1399）

また，『形而上学の概念と論理学の概念の諸定義（*Definitiones notionum metaphysicarum atque logicarum*）』（1685）でも，「連続体の内には確定的な点の数は存在しない．実際，点は様態（modus）にすぎない」（A VI 4, 628）としている．

『用語の区分と属性の枚挙』[13]では，「名辞」から始まり，「存在者」や「非存在者」，「具体的存在者」や「抽象的存在者」など，重要な語彙が定義されている．ここでも同時知覚の観点から，延長や延長体の概念が規定される：「私たちは，同時に知覚されるすべてのものに共通して観察されるものを何であれ，**延長**（extensio）と呼ぶ. そして, その知覚について同時に知覚することができる多を, **延長体**（extensum）と呼ぶ」．そして，「点とは位置をもつが延長をもたないものである」[14]と言われる（A VI 4, 565）．

1680年台前半に諸定義について記述したある断片[15]でも，「点とは位置（situs）をもつが延長（extensio）をもたないものである」[16]とある．これは，『抽象的運動論』から引き継いだ点の定義である．また，別の断片では，「今（Nunc）」を時間の点と定義している[17]．ただし，「しかし時間を瞬間から構成することは，線を点から構成することと同じくらい不合理である」[18]としてもいる．

ライプニッツが点について，幾何学的観点からだけでなく，事物の分類という形而上学的観点からも考察していたことが窺える．1685年頃の手稿[19]で，ライプニッツは，「事物が形而上学的，数学的，自然学的に分割される」とする．そして，「形而上学的事物とは，精神的な実体であり，神や精神，魂，エンテレケイアすなわち実体の形相などである．数学的事物とは，（永遠，年代，世紀，年，日，時などの）時間，点，線，面，立体などの空間，さまざまな線や図形，そしてそれらの中に存在すると知解されるものたちである」[20]と述べる．

1685年頃の「幾何学的計算」に関する断片[21]で，ライプニッツは，おそらくデカルト派によって幾何学の代数化が推し進められていったことに対する批判を意図して，「真の幾何学解析はまだ伝承されていない」とする．それは，幾何学における計算が大きさや数値によるもので，点や位置，形状によるものではないからである．このため，代数計算から都合のよい作図（構成）を抽出することが困難である，と苦言を呈している．このことでライプニッツは，アルノーの『幾何学の新原論』など，デカルト派の「新しい

---

[13] 132. *Divisio Terminorum ac Enumeratio Attributorum* [Sommer 1683 bis Anfang 1685 (?)]

[14] A VI 4, 565: Punctum quod situm habet, extensionem non habet.

[15] 98₃. *Definitiones: Ens, Reale, Concretum, Abstractum*

[16] A VI 4, 405: Punctum est quod situm habet non extensionem.

[17] A VI 4, 412: ADVERBIA TEMPORIS. Nunc id est in hoc temporis puncto;

[18] A VI 4, 562: Tempus autem ex momentis componi aeque absurdum est quam lineam componi ex punctis.

[19] 143. *De Totae Cogitabilium Varietatis Arietatis Uno Obtutu Complexione* [Anfang 1685 (?)]

[20] A VI 4, 597: Res possis dividere in Metaphysicas, Mathematicas et Physicas. Metaphysicae sunt substantiae spirituales, ut Deus, Mens, Anima, Entelechia seu Forma substantialis. Mathematicae sunt Tempus (ut aeternitas, aevum, seculum, annus, dies, hora), Spatium, ut Punctum, Linea, Superficies, Solidum, varieque lineae, et figurae, et quae in his existere intelliguntur.

[21] 144. *De Calculi Geometrici Elementis* [Februar bis Oktober 1685 (?)]

幾何学」では，大きさにかんする代数的計算や比例論が中心的に扱われ，点や位置などに関する考察が抜けていることを指摘しているのだろう．そして，「点による真の幾何学的計算では，その計算によって設計または発見されたまさに公式が，図面と作図そのものの表現でなければならない」と主張する[22]．これは，『幾何学的記号法』（1679）や『真の幾何学的解析』（1698）でライプニッツが作ろうとした，位置の幾何学の動機を説明していよう．

1685–87年頃の手稿では，延長体に対して，その「内にある（in esse）」関係という仕方で，点が定義される[23]．まず，「延長体とはその諸部分が共存在であるような連続体である」とされ，延長体に関する内在関係について，四つの公理が提示される．すなわち，

> 公理1. あらゆる延長体Aは，その内にA自体には含まれない別の（延長体）Cがあるような，他の延長体Bの内にある．すなわち，あらゆる延長体は別のより大きな延長体の内にある．
> 公理2. 任意の二つの延長体が同じ延長体の内にある．
> 公理3. AがBの内にあり，BがCの内にあるならば，AはCの内にある．
> 公理4. すべてのAの内にあるものがBの内にあるならば，Aそれ自体がBの内にある，逆も同様．[24]

そして，「点とはそれ自体以外に何もその内に存在しないものであり，延長体の内に存在するものである」[25]と定義される．ここから，「公理2と4より，任意の二つの点が，同じ延長体の内にある」．また，直線は，二点間の最短経路として定義されている[26]．

1690年頃，ライプニッツがファルデラと議論を交わす際に書かれたであろう，「幾何学的な点からの線の構成と，実体からの物質の構成の区別」に関する手稿[27]では，線の内に含まれる点の数が不定であるのに対して，物質の内に含まれる実体の数は無限であるだけなく確定的であるとしている．それというのも，それは物質の可能的な分割によってではなく，物質の現実的な分割によって生じるからだとする（A VI 4, 1673）．物質はすべての可能なやり方で分割されているわけではなく，機械や養魚池，群れのように，ある一定の釣り合い（proportio）によって保たれているからである．また，他の論稿でもしばしば言われるように，「線は点の寄せ集めではなきが，物体は実体の寄せ集めである」[28]として明確に区別する．そして，原子を確立した者たちは，多の基礎としてある不可分な一つのものがあるとした点に真理の一端を見たが，不可分な物質があるとした点で誤ったとする．手稿の末尾で，ライプニッツは，「はたしてそのような不可分な実体とは別に，物質のうちに何かあるべきなのかどうか，考えねばならない」と問う

---

[22] At in calculo vere Geometrico per puncta, ipsa formula calculo designata vel reperta debet esse ipsius delineationis et constructionis expressio.

[23] 156. *De extenso, spatio, corpore et puncto* [Ende 1685 bis Anfang 1687 (?)] の第二版.

[24] Axioma 1. Omne extensum A est in alio extenso B, in quo est adhuc aliud (extensum) C, quod non est in ipso A. Seu omne Extensum est in ampliore extenso.
Axioma 2. Duo quaelibet extensa sunt in eodem extenso.
Axioma 3. Si A sit in B, et B in C erit A in C.
Axioma 4. Si omne quod est in A sit in B ipsum A est in B, et contra.

[25] A VI 4, 669: Punctum est in quo nihil est praeter ipsummet, ipsum autem est in extenso.

[26] 「直線は 2 点を通る最も単純な経路である．したがって，2 つの点と，その 2 点を境界（端 terminus）とするこの直線の部分から，2 点間の最短の経路が決定される．」

[27] 329₃. *Differentia inter constitutionem lineae ex punctis et materiae ex substantiis*

[28] A VI 4, 1674: Linea non est aggregatum punctorum cum tamen corpus sit aggregatum substantiarum.

（A VI 4, 1674）．

他にも興味深い箇所は多々ある．マージナリアにまで手を広げるなら，たとえば，Thomas Bonartesの *Concordia scientiae cum fide*（Köln, 1664）という著作に対するライプニッツのマージナリナ（Leibn. Marg. 183）[29]で，おそらく魂などの非物体的なものを論じている部分で，「物体が延長体であるのだから，非物体的なものは非延長体でなければならない．ただし，それは幾何学における点が非延長体であるという仕方ではなく，超延長体（superextensum），あるいは形而上学的な非延長体（Inextensum Metaphysicum）としてある」[30]（大意），という箇所に下線が引かれている．

以上では，ハノーファー期のライプニッツが，幾何学における「位置（situs）」の研究を重視するところから，「連続体の迷宮」をめぐる自身の形而上学を確立していったこと，そして不可分な実体および連続体のうちにある不確定な様態としての点をめぐる形而上学的な考察から，幾何学を再考していったことを見てきた．次に，後期ライプニッツを見る．

§3. 後期ライプニッツの数学論における点の概念

ライプニッツは，『ユークリッドの基礎について』（*In Euclidis* ΠΡΩΤΑ, 1712?）[31]において，「点とは部分のないものである」という『原論』の定義に，「位置を持つ situm habens」が付け加えられるべきだとする．単に「部分を持たない」という規定では，瞬間や霊魂にも該当するからである．この指摘は，すでに古くからなされていたもので，プロクロスやクラヴィウスなどが，幾何学という学問に限定する仕方でユークリッドを擁護していた．また，「位置(situs)」への注目も，点の定義の歴史から見れば，独自のものではない（すでにアリストテレスにおいて，「位置をもつモナス」としての点（スティグメー）の定義を見たように）．むしろ，「位置」を強調することで，大きさを代数的に扱うデカルト派の新しい幾何学の興隆の中で，量的な計算の側面に幾何学が傾斜しているのに対して，点の位置の諸関係を通じて図形の質的な側面に光を当てているように思われる．

たとえば，1695 年のある手稿断片[32]では，むしろ「位置」の概念を中心として，延長体とその端（したがって点を含む）を考えている．

> 位置（situs）の内にあるものは，延長体と端である．
> 端（extremum）は延長体の内にある，したがって端は延長体の部分ではない．
> あらゆる延長体（extensum）は自らの端を持つ．あらゆる端はその端となっているところの自らの延長を持つ．

位置への注目は，局所的な連続体の幾何学から，全域的な空間の幾何学への移行を示していよう[33]．

---

[29] 440. *Aus und zu Bonartes, Concordia Scientiae cum Fide* [1680 bis 1684 (?)]

[30] A VI 4, 2584: Quoniam vero corpus est extensum, incorporeum utique inextensum esse debet. Non ea tamen ratione qua Punctum in Geometria Inextensum diminutive, quasi extenso minus dicitur, sed exaggerative, veluti extensi naturam nobiliore quodam amplitudinis genere supergrediens, ideoque superextensum melius vocari possit, vel **Inextensum Metaphysicum** ut ab altero Geometrico distinguatur nomine, a quo longissime natura disjungitur.

[31] GM V, 183–211; 著作集 3, 245–296．三浦伸夫・原亨吉による訳と，詳細な脚注，三浦の解説が有益である．

[32] In situ est extensum et extremum... (1695), LH XXXV, I, 8, Bl. 4 ; De Risi (2007), Appendix, n. 5, p. 590f.

[33] Cf. Vincenzo De Risi, Analysis Situs, the Foundations of Mathematics and a Geometry of Space, in *The Oxford*

ライプニッツは『人間知性新論』(1704 脱稿，1765 出版）においても，点と瞬間は，空間や時間の部分ではなく，また両者とも部分をもたないという意味で類似しているとしている．むしろ，「点と瞬間はたんなる限界にすぎない」(NE, II 14, §10)．点をある種の限界とする同様の理解は，『真の幾何学的解析』（*Analysis Geometrica Propria*, 1698）[34]において展開されている．それによれば，一方で，点は，「共通境界」としてある．「共通境界とは，二つの場所に内在し，しかもそれらの部分ではないような場所である」（§5，168)．たとえば，線分 AC が与えられているとすると，その AC 内在する点 E としてある．

A　　E　　C

他方で，別の言い方をすれば，この共通境界 E は，線分 AC の「切り口（sectio)」でもある（「切り口とは，共通部分を持たないが合わさって全体を構成する二つの部分の共通境界全体である」)．このような，「限界」ないし「境界」，およびその全体としての「切り口」としての点の捉え方は，下降的に点を定義する，アリストテレス的な規定である．

ライプニッツはこれとは別に，場所（locus）[35]の概念に基づく点の定義もまた『真の幾何学的解析』で提示している：「点とは，そこで他のいかなる場所も想定されることのない場所である」(§9)．つまり，点とその場所とは一致するのであって，点とは他の場所をもたないものである．他方で，空間は任意の他の場所が想定されうるものである．

さらに，点と立体（ないし物体）との類似性として，同じ次元の対象が内在しうることを挙げる．すなわち，点に内在するものは点（それ自体）であり，立体が内在するものは立体である．他方で，点はいかなるものに対しても部分として内在することはできないのに対して，立体は部分として以外は何物にも内在しえない．また，点は線の端や切り口として，あるいは面や立体の角として境界となりうるのに対して，立体自体は境界にはなりえない，と分析している（§10)．

- 点の概念と線の定義の関係について

点の概念は，線の定義との関係においてより詳しく検討されねばならない．

ライプニッツは『原論』における線の定義「線とは幅のない長さである」が，「幅」や「長さ」という不明瞭な概念によって説明されてしまっていると批判する．そこで，ユークリッドに対して，ライプニッツは「切り口」の概念を用いて線を定義する．すなわち，「線とはその切り口が大きさを持たないような大きさである」(『ユークリッドの基礎について』，著作集 3, 246)．

他方で，ライプニッツが線を運動概念によって定義する場合もある．クラヴィウスもまた，線の定義に対する注釈で，数学者たちが線を運動概念によって説明しているとする．

> 数学者たちもまた，線の真の理解を我々に教え込むために，上述の定義によってすでに記述された点が，一つの場所から他の場所へと動かされるものであると想像する．なぜなら，点はまったく不可分であるから，その想像上の運動によって，幅をまったく欠いたある長さの軌跡が残されるであろうからである（Clavius [1612], *Opera*, p. 13）[36]

Handbook of Leibniz, Oxford University Press, pp. 247–258.

[34] 著作集 3, 166–176; GM V, 172–8.

[35] 「場所」(locus）はこの論稿では未定義語である．その場所が点に内在すれば，場所と点は一致する．

[36] Mathematici quoque, ut nobis inculcent veram linea intelligentiam, imaginantur punctum iam descriptum superiore definitione, e loco in locum moueri. Cum enim punctum sit prorsus indiuiduum, relinquetur ex isto motu

三浦は脚注で，ホッブズもまた，運動概念を用いた定義を採用していると指摘している．ただし，そこでは，あくまで「物体」が基本であり，「運動中の物体はすべて長さのみならず幅もある軌跡を後に残す」として，「線とは物体が後に残す軌跡であり，その軌跡の量は証明では考慮されることはない」とする（『著作集』3, 247）．

数学的定義における運動概念の混入は，無限小や連続の概念と共に，のちの 19 世紀における解析の基礎づけにおいて問題になるが，ライプニッツが一方で厳密な用語を用いた数学的定義を提唱しながら，他方で運動概念を用いた数学的定義を採用しているのは興味深い．

クーチュラの『ライプニッツの未編集断片集』に含まれている点の定義を確認しておく．幾何学的定義に関するある断片に，次のようにある．「点とは単純な場所である，あるいは，そのうちに他の場所であるものはない．したがって，B が A のうちにあるならば，A∞B である」[37]．そして，「空間はすべての点の場所である，任意の点 P があるならば，空間$\overline{\mathrm{P}}$がある」[38]とされる．すべての点の場所として空間を構成する定義は，幾何学的記号法においても見られるものである．

また，「内にある」仕方で，互いに置き換えて一致するものが点である．

> もし A それ自体のうちに B が置かれたとき，A と B が一致すると知解されたならば，A は点と呼ばれる．したがって，もし B が A のうちにあり，A∞B ならば，A は点であろう．そしてもし B が A のうちにあり，A が点であるならば，A∞B であろう．[39]

少なくとも，後期ライプニッツの点の理解に関しては，かなり一貫しているように思われる．他方で，線の定義に関して，ライプニッツは必ずしも一貫していない．運動の概念を用いる定義を採用している場合もあれば，運動の概念を用いない定義を採用している場合もある．たとえば数学的定義に関するある断片では，「線とは点の運動によって描かれる延長である」[40]として，運動概念に基づく定義を提示している．他方で，運動の使用を避ける定義を採用している箇所もある．「ここに，運動と面，同様に，幅と深さの概念考察することなしに，一般的な線の概念［を提示する］」．すなわち，「**線**とは同じ点によるその切り口が何であれその点であるところの延長である」[41]．ライプニッツは，『ユークリッドの基礎について』でも，運動概念を避けていた．

ただし，ライプニッツは，線が運動によって定義される場合には，時間が考慮されるべきでるとする．この場合，点と瞬間とのあいだに類比的ないし相即的関係が想定されている．ライプニッツはこれを，点と瞬間とが「等位（coordinata）」であると言う．要するに，点が時間的には瞬間において捉えられており，逆もまたしかりということである．

ライプニッツは，運動概念を避けた点の定義において用いた「**切り口**」は，次のように定義される．

---

imaginario vestigium quoddam longum omnis expers Latitudinis.

37 C, 540: Punctum est locus simplex, seu in quo nullus alius est locus. Itaque si sit B in A, erit A∞B.

38 *Spatium* est locus omnium punctorum, sit quodvis punctum P, erit spatium $\overline{\mathrm{P}}$.

39 C, 543: Si posito B in A eo ipso intelligitur coincidere A et B, vocabitur A punctum. Itaque si sit B in A et ideo sit A∞B, erit A punctum. Et si sit B in A et sit A punctum, erit A∞B.

40 C, 547: Linea est extensum quod describitur motu puncti.

41 C, 547: Hic generalis notio lineae sine consideratione motus et superficiei, item notio latitudinis et profunditatis. *Linea* est extensio cujus sectio quaevis per idem punctum est id punctum.

大きさの切り口とは，大きさの，互いに共通部分を持たない二つの部分に共通のものである」．ライプニッツは他のところでも，同様の定義をしている．「切り口とは二者に共通な端である」(C, 439)，「切り口とは，全体を構成ししかも共通部分を持たない二つの部分の共通な端全体である．（GM V, 173）

ユークリッドは運動概念による定義を避けるが，それは純粋な幾何学的定義を求めたからである．運動概念には時間や空間の連続性が含まれ，したがってその無限分割可能性から，無限概念が内包されているためである．すなわち，あらかじめゼノンのパラドクスのような哲学的問題を避けるためである．

ライプニッツは，大きさ(magnitudo)が「位置をもつ連続体」であるとする(GM, 184)．そして，連続体に要求される二つの要件として，第一に，①その全体に等しくなる任意の二つの部分が，その部分ではない共通境界を持つことを挙げる．そして，第二に，②「連続体では部分の外に部分（partes extra partes）が存在するということ，つまり，共通に内在するもの，例えば最小体（minimum）さえないように，二つの部分がそこにとれというること」である．

A　C　B　D

前者は，たとえば線分 AC と CB のように，線を二つの部分に分けた場合に，その共通境界ないし切り口として，点 C がとれるということである．後者は，たとえば線分 AB に含まれる二つの部分，線分 AC と BD のように，線のうちに，共通部分をもたないような任意の二つの部分がとれる．

ライプニッツは，さらにユークリッドの「線の境界は点である」という第 3 の定義も批判している（『ユークリッドの基礎について』，著作集 3, 248）．境界の概念が定義されていない（第 13 で「境界 terminus とはあるものの端 extremum である」と定義されるが，ユークリッドの境界の定義も，概念分析がされていないと批判される）のに，三番めの定義として出てくるところがおかしい．むしろライプニッツは，このユークリッドの定義をこれまでに出てきた諸前提から証明している．まず，ライプニッツは，「境界 terminus とは，ある大きさと，その大きさと共通部分を持たない他の大きさに共通するものである」とする．よって，境界とは，二つの大きさから構成された全体の切り口に一致する．したがって，境界は，その切り口自体であるか，少なくとも切り口に内在するものであろう．しかし，線の切り口は大きさを持たない．よって境界も大きさを持たないはずである．しかし，位置はもつので，それは点となるであろう．

➢ 点とモナドの位置をめぐる形而上学

1695 年 9 月 12 日より後に起草された，『フーシェ氏の反論に対する覚書』[42]で，ライプニッツは，数学的点という観念的なものから，具体的なもの・現実的なものを合成しようとすることのうちに，連続体の迷宮に陥ったと考える．それは実際に現実存在するもの，したがって具体的な連続体に限らず，線という可能的なものにおいても成り立つ．すなわち，数学的点から数学的連続体は合成できない．「延長あるいは空間，そしてそこに認識できる表面，線，そして点は，秩序の関係ないし共存在の秩序でしかない」．

数が分数として無限に分割できるように，線もまた無限に分割されるように，数と線といった可能的なものは，それらを合成する原理を持たない．

[42] GP IV, 491–2．ライプニッツの心身の結合に関する予定調和の「新説」に対して，フーシェが即座に反対論文を書いたのだが，それに関してライプニッツが考察をメモしたもの．

そして数学的点が場所を持つのも，この種の（可能的なものの）ことであり，数学的点は様態でしかない，つまり端でしかない．抽象的線のうちでは，あらゆるものは不確定なので，すべての可能であるものを考慮して，ある〔数の〕分数におけるように，異なる仕方でこれらの点を指定する現実的になされる諸分割を，苦労することなしに持つことができる．しかし，現実的な実体的事物において，全体は単純実体のある結果ないし集積である，あるいは実在的単位の多である．そして，観念的なものと現実的なものの混同が，すべてを混乱させて，連続体の合成の迷宮を作ったものなのです（Et c'est la confusion de l'ideal et de l'actuel qui a tout embrouillé et fait le labyrinthe de compositione continui）．

ライプニッツが後期に至って，連続体の迷宮の病因として指摘するのは，理念的なものと現実的なものの混同である．

点から線を合成する者たちは，理念的な事物のうちに，あるいは，そうする必要のない全く別の比のうちに，第一の要素を探求してきました．数あるいは（共存在可能な事物の秩序ないし関係を含む）空間として，比が点の集積によって形成されえないことを見出した者たちは，実体的実在の第一要素を否定することで，あたかもそうした実体的実在が原初的な単位をもたなかったかのように，あるいはあたかも単純実体が存在しなかったかのようになって，大部分誤ってしまうのである．

ただし，数と線は，合成の原理を持たないからといって，単なる「キメラ的なもの」では決してない，ともする．「なぜなら，それらはそのうちに自然の諸現象を支配している永遠真理を含むものであるからである」．ライプニッツがそこに見ているのは，「全体が部分に先立つ」という観念的な秩序である．他方で，現実的に実在するものにおいては，「部分が全体に先立つ」．すなわち，実在的一性としての単純実体から，全体である動物身体が合成されている．

おそらく後期ライプニッツに属する，Mugnai が提示した興味深い二つの断片[43]に，次のようにある．

モナドは調和を通じてのみ或る場所にある．すなわち，場所の現象との一致を通じてのみ或る場所のうちに存在する．それも，事物の流入によってではなく，自発的なしかたで生じる．（LH IV 1, 9r）

モナドと場所の関係を明示した興味深い箇所である．モナドが，「調和を通じて」すなわち「場所の現象との一致を通じて」のみ，その場所があるというのはどういうことだろうか．

もう一つの断片は（も），連続体の合成に関わるものである．そこでは，線分と時間の比較考察が展開されている．すでにライプニッツが明確に結論づけたように，「線分は点から合成されない」のに対して，「時間は瞬間から合成されることが必然的に思われる」と言う．「なぜなら，二つの瞬間は同時に現実存在することができないからである．したがって，現在の瞬間のみが現実存在する．未来の瞬間が突出しているならば，未来は現実存在するであろう」．

他方で，線分は時間と同じように分割可能であるから，その類比から，「何であれ線分のうちに置かれているものには，時間において置かれているものが対応している」とする．「たとえば，直線を通じた一

---

[43] Massimo Mugnai, Two Leibniz Texts with Translations: LH IV 1, 9 r and LH IV 1, Bl. 24 r, in *The Leibniz Review*, Vol. 10, 2000, 135-137.

様運動においては，動く点がどの瞬間にも空間の新しい点のうちに存在している」．

瞬間と点がこの意味で対応しているとしたら，困難に陥る．ライプニッツは，「線分が無限の点から合成されることではなく，無限の点が線分のうちにあることしか見ない」からである（強調筆者）．そして，断片の末尾で次のように問う．

> もし時間が瞬間から合成されているならば，時間のうちに瞬間の多が確定したものとしてあることになる．だがそうであるならば，同じように，線のうちに点の多も〔確定したものとして〕あるのだろうか？（LH IV 1, Bl. 24 r）

この問いに対する後期ライプニッツの回答は，基本的に一貫していると考える．それは，線のうちに点の多は，あくまで不確定なものとしてしか存在しない，ということだ．数学的点と形而上学的点であるモナドの関係をめぐる問いとして，この問いを次のように応用してみることができるだろう．すなわち，モナドの位置を，物体（身体）のうちにある幾何学的な一点に決定することができるだろうか？

これに対するライプニッツの回答も明確である.「デ・フォルダー宛書簡」(1703.6.20) から引用しよう．

> モナドは，それ自身は延長していないとはいえ，延長の内にある種の位置（situs）を有している，すなわち他のものに対して秩序づけられた共存的関係を，当のモナドに現前している機械を通じて有している．どの有限実体も身体から全く分離して存在することもないし，それゆえ宇宙に共存する他の事物に対する位置や秩序を欠くこともないと私は考える．延長体は位置を持った多くのものどもをそれ自身のうちに有している．しかし単純なものも，延長を持っていないとはいえ，延長の内に位置を有していなければならない．もっともこの位置を，不完足的な現象におけるように厳密な一点に決定することはできないのだが．（GP II, 253）

モナドは延長的身体がもつ延長の内に，その位置を確かに有しているが，そしてそれは，よく基礎付けられた現象として，無際限に分割していって，その場所をどこまでも漸近的に特定していくことはできようが，数学的点としてその位置を最終的に確定することはできない．

この問題を考察している，「デ・ボス宛書簡」（1709.7.31）から引用しよう．

> たとえモナドがその位置を空間の部分の諸様態あるいは諸境界によって指定されたとしても，モナドそのものは事物の連続的様態ではない．［……］つまり，空間（spatium）は連続的なものだが，観念的なものである．他方で物の塊（Massa）は離散的なもので，現実的な数多性すなわち寄せ集めによる存在（Ens per aggregationem）である．ただし無数の一性からなる存在である．現実的なものにおいては単純なものが寄せ集めに先行するが，観念的なものにおいては全体が部分に優先する．このような考察を看過したために，あの連続体の迷宮を引き起こしたのである．（GP II, 378–9）

点とモナドの位置をめぐるライプニッツの帰結がここにある．幾何学的点とモナドはそれが従う秩序を異にする．モナドの位置は点と厳密に一致することは決してできず，「調和」すなわち「場所の現象との一致を通じて」のみ一致する．観念的なものは現実的なものと秩序的対応をもちうるのみなのである．

II. 付論. 点概念の数理哲学史素描

§1. ピュタゴラス（前 570 頃–前 486 頃）は,「点とは位置をもつ単位（モナド）である」と定義したと伝えられる[44]. プロクロスは, この定義を問うて, ピュタゴラス主義者たちが, 数の出発点を, 位置をもたない単位（モナス）とする際, 数と単位を「思惟のうちにその現実存在を有する」ものとしているからだとする. 単位が非物質的なものであるのに対し, 点は, 大きさの出発点として単位に類似するが, 想像力の内部に生じて, 或る場所のうちにそれとしてあるもので, 質料を付与されたものである. こうして点は, 位置をもつことで単位の範囲を超えることから, このように定義されたのだとする[45].

§2. プラトン（前 427–前 347 頃）は, 点を線のアルケー（原理）であるとする. また, 点を幾何学におけるドグマないしフィクションとみなし, 点の代わりに「不可分な線」を認める. アリストテレスは, 点を不可分な線とするプラトンの定義だと, 結局その線もまた端を持たざるをえなくなるので,（不可分な線とは異なる意味での）点の存在もまた認めざるをえないとして批判する(『形而上学』, 992a19–23).

§3. アリストテレス（前 384–前 322) は『形而上学』Δ 巻第 6 章で, 量において不可分なもののうち, 位置を持たないのが単位（モナス）であるのに対して,「位置を持つモナス」がスティグメー（στιγμή）すなわち点であるとする見方があることを示す(1016b24–31). また, 他の仕方での点の定義を挙げており, そこでは, 点は線の切断ないし分割であり, 端ないし限界であるとされる（1060b13–19). 面や線そして点は, 離れて存在するものではなくて, 面は立体（物体）の, 線は面の, そして点は線の切断であり分割である. また, それらはそれぞれの限界であると言われるが, これがアリストテレスの立場であり, 次元の下降的定義を採用する.

また, アリストテレスは, 点の運動が線, 線の運動が面, 面の運動が立体であるとする説も紹介している. こちらは, **次元の上昇的定義**である. しかし, 点からの線の合成の方向は, アリストテレスは明確に拒否している. 実際, アリストテレスはゼノンのパラドクスについて言及した箇所において,「点や単位は, どのような仕方でも大きくしない」として, 点による線の合成を拒否している. だが, アリストテレスは, 大きさがどのようにして不可分なものから生じるのか, 点と線の関係を問う(1001b17–19). この「数学的な大きさ」したがって「量」の一性の問題は, M 巻において繰り返し問われることになる. ここにおいて, 数学的存在ないし幾何学的対象の発生の問題が扱われるため, アリストテレスの点の概念は, 形而上学的色彩を帯びる.

結論から言うと, アリストテレスは, 数学的対象は, (A) 感覚の内に存在する（内在説）のでも, (B) 感覚から離れて存在する（超越説）のでもなく, (C) 感覚的事物から思惟によって抽象されたものであると主張する（**抽象説**). そこでは, 数学的対象を, その生成の順序の観点からと, 原因の順序にしたがって実体の観点からとで比較している. すなわち, 数学的な大きさ（量）は, その生成の順序においては, 第一に「長さ」(したがって線), 次に「広さ」(したがって面), 最後に「深さ」（したがって立体）である. この意味では, 立体したがって物体は「より後」である. しかし, 実体においては, 物体〔立体〕の

---

[44] Proclus Diadochus, *In Primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii*, ex recognitione Godfredi Friedlein, Lipsiae 1873, p. 95.

[45] Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, Trans. with Intro. and Notes, by G. R. Morrow, With a new foreword by I. Mueller, Princeton University Press, 1992, pp. 78–79.

方が，面や線「より先」である(1077a25–30)．数学的対象が，説明方式（ロゴス）において「より先」であっても，実体においても「より先」であるというわけではない．むしろ，数学的事物は，実体に依存してのみ存在する．実体の観点からは，線という数学的対象は実体たりえない(1077a31)．なぜなら，この現象界したがって自然的世界においては，数学的な線や面・点から形成されるものはなにも認められないからである．
M巻第3章では，数学的対象が，感覚的事物としてではなく，あたかも個物としての実体から離れて存在するようなもの「として」扱う限りにおいて，「存在する」としているところに注目している(1077b29–35)．アリストテレスは，数学（すなわち算術と幾何学）的対象の存在の問題について，次のように洞察する．すなわち，数学的対象があるのは，「離されて存在してはいないものを離れて存するものと仮定することによってであろう」(1078a22–23)．この洞察は，むしろ数学という学問の本質的な特質そのものを規定している．その特質とは，数学的対象が感覚的事物から思惟による抽象によってその存在を定立させているというところにあるということである．

§4. ユークリッド［エウクレイデス］（前 330 頃–前 275 頃）は『原論』第 I 巻定義 1 で，点の定義から幾何学を始める．

「点とは部分のないものである(Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν)」[46]

ユークリッドが，数学的点を表す語として，アリストテレスが用いた「スティグメー」ではなく，「セーメイオン」を用いたのには，スティグメーがもつ哲学的な含意を避けたとする解釈がある．Heiberg はそれが，プラトンの影響ではないかとハイベルクは推測している．というのも，セーメイオンすなわち nota，ないし規約的な徴(a conventional mark)と言う方が，点により多くの実在性を認めるアリストテレスのスティグメーよりも適切だとしたからである（Heath, vol. I, p. 156）．
線や面，立体の定義も見ておこう．

I. Def. 2.「また，線とは幅のない長さである」
I. Def. 3.「また，線の〔両〕端は点である」
I. Def. 5.「また，面とは長さと幅のみを持つものである」
I. Def. 6.「面の端は線である」
I. Def. 13.「境界とはあるものの端である」
XI. Def. 2.「立体の端は面である」

線の端，面の端，立体の端として，それぞれ点，線，面があるとするように，下降的定義を採用しており，アリストテレスの影響が考えられる．他方で，点を「部分のない」もの，線を「幅のない」もの，面を「長さと幅のみを持つもの」，つまり深さを持たないものとしても規定しており，欠如ないし否定的な定義を与えているのが観察される[47]．また，明らかに「同一平面上にある異なる二直線が交差する場所は

---

[46] 『エウクレイデス全集第 1 巻原論 I-VI』斎藤憲・三浦伸夫 訳・解説，東京大学出版会，2008 年.
[47] 他の次元と異なり，点を長さの欠如として定義しないのはなぜか，という問いが浮かぶだろう.「長さ」

点である」が，この命題は『原論』には明示されていない．

§5. セクストス・エンペイリコス（2C 頃–3C 頃）は，エリスのピュロンの古代懐疑主義の伝統に立つ，ピュロン主義の哲学者である．彼の著作『ピュロン主義哲学の概要』は，1562 年にそのラテン語訳が出版されることで，モンテーニュやデカルト，ヒューム，カントら近世の哲学者たちに多大な影響を与えた．そして，認識論を中心とする近世哲学の流れを形成する上で，決定的な役割を果たすことになる．そのセクストスは，『学者たちへの論駁』の第 3 巻，『幾何学者たちへの論駁』（Adversus geometras）[48]において，部分をもたないものとしての点は思惟されえず，また，たとえ点が実在的に存在することを認めても，線も存在しないと主張した（§§22–39）.
セクストスは，幾何学者たちが，点の流動によって線が生じ，また線の流動によって面が生じ，面の流動によって立体が生じると考えているとする（§19）．そして，点と線・面の定義を示す．すなわち，幾何学者たちによれば，

> 点（スティグメー）とは，部分がなく広がりのない徴（セーメイオン），あるいは線の限界であり，また線とは，幅のない長さ，あるいは面の限界であり，そして面とは，物体の限界，あるいは深さのない幅である

このように，セクストスは，すでに良く知られている点・線・面の定義を与えた上で，これらの幾何学的対象を否認する．

> §22 まず点――これは広がりのない徴として存立する，と彼らは主張しているのであるが――は，物体として思惟されるか，あるいは非物体として思惟されるかのいずれかである．そして彼らに従うなら，それは物体ではないであろう．なぜなら，広がりをもたないものは，物体ではないからである．そこで残る選択肢は，それは非物体として存立するということであるが，しかしこれもまた非説得的である．というのも，非物体はいわば触れることのできないものであるから，何も生み出しえないものとして思惟されるが，しかし点は，線を生み出しうるものとして思惟される．したがって，点は広がりのない徴ではない．

これにしたがえば，セクストスにとって，点は，思惟される非物体的なものとしてある．したがって，

の概念をプリミティヴにとることができないので，部分の所有の否定として定義したということだろうか．プロクロスは，ユークリッドが点を否定的に定義していることについて，「その部分を否定することによって，ユークリッドは点が検討されるべきあらゆる主題の第一原理であることをわれわれに示す」としている．そして，パルメニデスが否定という手段のみによって第一の究極原因を説明することでわれわれに教えたように，否定的定義は第一の原理に適切なものである」としてユークリッドを擁護する (Morrow, 77; Friedlein, 94).

[48] *Adversus mathematicos*, Antverpiae, 1569. 以下，第 3 巻『幾何学者たちへの論駁』からの引用は，次の邦訳による：セクストス・エンペイリコス『学者たちへの論駁 1』西洋古典叢書，金山弥平・金山万里子訳，2004，所収.

点は「観念[49]」としてのみあると考えられていよう．それは広がりをもたない，非物体的なものであるから，触れることもできず，何かを生み出すこともできない．しかし，幾何学者たちは，点がその流動によって線を生成するものと考えられている．セクストスはこのような仕方での幾何学的対象の構成を認めない．セクストスが認めるのは，あくまで実際的かつ感覚的な，経験的な構成のみである．

さらにセクストスは，感覚で捉えられないものは，思惟においても捉えられないとする（§23）．感覚において，何ものかの限界または徴として捉えられたものは，何ものかの「端」として把握されることを伴う．またその限りの意味で，その何ものかの「部分」としても存立する．セクストスは，何ものかの「部分」として存立するものは，その何ものかの「内実を満たす」ものでもあるとする．そして何ものかの内実を満たすものは，すべて必然的に大きさをもつと論じる（§24）．したがって，広がりのないものである点，線の徴ないし限界というものは，思惟されているとすれば，それは線の内実を満たし，広がりをもつことになるとし，幾何学的な点の認識と存在を否定している（§25）．

§6. プロクロス（412-485）は，ビザンティウム出身のヘレニズム時代晩期の哲学者で，プロティノスと並ぶ新プラトン主義者として知られる．プロクロスは，『ユークリッドの『原論』第 1 巻への注解』[50]において，ユークリッドの「点とは部分をもたないものである」という定義について，12 ページほどの注釈を残している(Morrow, 70–79; Friedlein, 85–96).

その冒頭では，境界づけによってより複雑な図形からより単純な図形へ進む際，幾何学者は，立体から平面，平面から線，そして線から点へと，トップダウンな仕方で概念形成を進めるとする．その際，プロクロスが「あらゆる延長を欠いている」ものとして点を捉えているのが印象的である（というのも，これは後で見るように，ライプニッツが『抽象的運動論』で採用する定義だからである）．そして，点がその単純性においてはより尊厳のあるもの［したがって実体的なもの］に類似するが，他方でそれが境界づけられた対象のうちに存在することにおいては付帯性に類似するとして，存在者としての点の本性がいったいどちらであるのかを決定しなければならないとする（70; 85）．

一方で，質料から分離されたイデアないし非物質的事物の形相のあいだでは，より単純なものの実体が複合的なものの実体に常に優先し，部分をもたず，限界づけるものの方が完全である．というのも，「質料から分離可能な形相のうちでは，境界のイデアはそれ自体で存在し，境界づけられた事物のうちに存在するのではない」からである．他方で，想像力〔表象〕ないし想像された形の質料のうちに現れる対象においては，限界づけられた対象のイデアが優先する．言い換えれば，質料から不可分な形相においては，限界はそれらが限界づけている事物に優先権を譲る（70–71; 86）．

プロクロスの立場は，点が前者の意味での実体的なイデアとしてあるとするものである．その際，点の優先性の根拠を「知性（ヌース）および魂の中間的秩序のうちに」求め，「限界づけているところの要因の方が，より可分的でなく，より一様で，より独立しているので，限界づけられたものに本質的に優先する」と考えている．

---

[49] 「観念」という用語は，ここでは「概念」と区別される特別の意味で用いられている．ストア派では，「観念」（ἐννόημα）すなわち「思考の想念」（φάντασμα）と異なり，「概念」（ἔννοια）は，物体的な魂の中に刻印された表象の一種であり，物体的なものとして存在するとされる（『学者たちへの論駁 1』, p. 347）．

[50] Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, Trans. with Intro. and Notes, by G. R. Morrow, With a new foreword by I. Mueller, Princeton University Press, 1992.; *Procli Diadochi In Primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii,* ex Recognitione Godofredi Friedlein, Leibzig, 1873.

しかし，限界づける要素であるところの点が，その単純性と純粋性という本来持っている特徴を保てなくなるのは，後者の仕方で，事物に加わるという事態においてである．「というのも，限界づける要素は，それとは別の，ある基体のうちに存在するようになることで，変質されてしまうからである．・・・点のイデアは，特徴において物体的になり，それが境界づけている事物とともに延長可能なものとなる」．プロクロスは，あらゆるイデアは，（知性のイデアを可知的なものへ，自然のイデアを可感的な質料へという仕方で）質料のうちに流れるとき，それら〔質料〕の基体で満たされるからであるとする．

プロクロスは，それらの限界が反省によって可感的事物から抽象されるのみであるとするアリストテレス的な抽象説や，それらの限界がわれわれの思惟から切り離されるようないかなる現実存在ももたないとする反プラトニズムに対して，「それらのすべての形相は，可知的世界のうちに存在するのであり，魂の秩序のうちに存在し，自然のうちに存在し，また最後に物体のうちに存在する」と主張する（75; 91）．そして，他の限界に対する点のイデアの卓越性を認める．

> あらゆる限界は知性〔ヌース〕のうちに卓越的に存在するが，それは部分を欠き，種の差異化をもたないものとして存在しているのであり，それゆえすべての限界は，点のイデアのもと単一の形相において，極秘裏にかつ不可分的に存続する．

点が部分を持たない唯一の対象ではないとするユークリッドの定義に向けられた批判に対して，プロクロスは，ユークリッドを擁護している．そこでは，存在者の宇宙を扱う哲学者と，ある特殊な領域を扱う科学者を区別した上で，科学者が研究している諸対象において，単純性を第一に見ることが科学者の責任であり，幾何学者が幾何学的質料において点のみが部分をもたないものであると定義したのは，別の観点からすれば不完全かもしれないが，幾何学に関わる限りでは完全なものだとした（76; 93）．こうして，プロクロスは，ユークリッドの「点の定義が誤っていると考えてはならないし，また不完全だと判断してはならない」とする．

点の定義を問題にした後，プロクロスは「線は幅を持たない長さである」というユークリッドの定義を問題にする．プロクロスは，これが部分的に肯定，部分的に否定という仕方で定義されていることに注目する．一方で「線は長さである，そしてこの点で，点の非分割性を越えるものである」として，長さを肯定している．他方で，「線は幅をもたない，というのも他の次元を欠いているからである」，すなわち面の否定である（79; 96-97）．

プロクロスは，ユークリッドとは別の仕方による線の定義も紹介している．

> 「線は別の仕方でも定義されている．ある者は線を「点の流れ」と定義し，またある者は 「一つの方向に伸びた大きさ」と定義している[51]．後者の定義は線の本性を完璧に示しているが，線を「点の流れ」と呼ぶ定義では，線をその生成原因という観点から説明しているように見え，線一般をではなく，物質的線を提示している．この線はその存在を点に負っており，点は部分を持たないが，すべての分割可能なものの存在の原因である．「流れる」とは，点の前進と，減少することなくあらゆる次元に広がり，それ自体同一なものに留まり，すべての分割可能なものに存在を与えるその生成力を示している．」(79; 96)

---

[51] いずれもアリストテレスが言及しており，後者はアリストテレスが採用している線の定義.

ここでは,「点の流れ」として線の定義と,「一つの方向に延長された大きさ」としての線の定義が示されている．実際，アリストテレスの『デ・アニマ』にも,「線が動くことで面が，点が動くことで線ができる」という説が紹介されている（409a4)．言いかえれば，線とは点が動いたときの軌道である．また『形而上学』では，線は「一つの方向に延長された大きさ」と定義されている（1020a11-12).

これら諸定義のうち,「一つの方向に延長された大きさ」としての線の定義こそが，線の本性を完全に指し示しているとプロクロスは考える（79; 97)．「点の流れ」としての線の定義は，線の生成因からの定義であり，線一般ではなく質料［物質］的線にかかわるものであり，この質料的線は，その存在を点に依存しているからである．また，部分をもたない不可分な点が，あらゆる可分的な事物の存在の原因であるとする．

では，点の「流れ」とはどういうことであろうか．プロクロスによれば,「流れ」とは点の前進を意味し，その生成的力はすべての次元にまで拡張される．そして点自身は同じにとどまりながら，あらゆる可分的事物に対し現実存在を提供する．

§7. クラヴィウス（1538–1612）

16 世紀になると，ユークリッド『原論』の再発見がされ，その後 17 世紀まで諸版の出版が相次ぐ．ラテン語に翻訳されたものとしては，とりわけウルビノのフェデリコ・コマンディーノやクリストファー・クラヴィウスのものが重要である．クラヴィウス版は翻訳というより独自の校訂と注解であり，立体論にかんする第 XVI 巻が付け加わっている（通常の版は XIII 巻まで).

1574 年には，クラヴィウスによる『エウクレイデス原論注解』[52]が出版され，イエズス会派の学校でも教えられたり，哲学者たちにも広く読まれたようである．そこで，クラヴィウスによる点の定義の説明に注目してみよう．

まず，定義 1 として,「点とは，いかなる部分も持たないものである」と紹介され，以下に注解が施されている．ユークリッド『原論』が，原理から問題へ，したがって定義から始めると言う「数学者の流儀によって（more Mathematicorum)」書かれていることが説明され，その第一に点を説明し，いかなる部分も持たないものが，連続量における点であるとする．そこでの「部分」というのが，点の部分という意味においてではなく――したがって点が全体／部分関係を持ちえないものである，ということではなく――，連続量が持ちうる三つの次元，すなわち長さ・幅・深さ（高さ）のことであると解釈されているのが興味深い．言い換えれば,「点はいかなる部分も持たない」とは,「点は次元を持たない」ということであり，点がゼロ次元の存在者だということになる．

連続量は，長さのみをもつ一次元の対象（すなわち線)，長さと幅をもつ二次元の対象（すなわち面)，長さ・幅・深さをもつ三次元の対象（すなわち立体）のいずれかで尽くされるとする．そして,「事物はある量について別の次元を持つことはできない」，すなわち，四次元以上の幾何学的対象はないということが，数学的な証明を伴わずに，プトレマイオスやコマンディーノ，シンプリキオスらの先行的研究に依存して説明されている．

したがって，連続的な量，あるいは大きさにおいて，すべての部分がないものと理解されて存在する

[52] Christophorus Clavius, *Commentaria in Euclidis Elementa Geometrica*, in *Opera Mathematica*, 1612.

ものは，すなわち，長さも，幅も，深さもないものとして考えられたものは，（もちろん，同じく部分を持たない理性的な魂，時間の「今」または「瞬間」，および一［単位］をわれわれは除外するためにも）エウクレイデスおよび幾何学者たちから，点と呼ばれる．[53]

点とは「連続量，あるいは大きさにおいて」部分を持たないものである，という説明を繰り返して強調し，他の部分を持たない「魂」や「今」ないし「瞬間」，「一」を排除している．幾何学は，連続量したがって大きさに関する学であり，ユークリッドはあえて説明していないのかもしれないが，クラヴィウスは誤解を招かないように説明を尽くしているのだろう．

また，「最も細い針の先端」を点とみなすように，点をアナロジーで用いる場合はあっても，物理的な点は見出せないとする．「その［最も細い針の］先端は，無限に分割したり切断したりできるのであるから，真の点は完全に不可分であるとみなされねばならない」．デカルト（派），そしてライプニッツもクラヴィウスと同様に，最も細い針の先端とはいえ，それは物理的なものであるから，拡がり（延長）をもち，したがって無限分割可能性を免れないとするだろう．クラヴィウスは，点を「不可分者」に位置付けている．ただし，クラヴィウスは，ライプニッツのように，部分を持たないことから，不可分性を論理的に演繹しているわけではない．しかし，不可分者の概念に訴えることは，クロード・フランソワ・デシャレに言わせれば，ゼノンのパラドクスの問題を想起させ，懐疑的になるざるをえないところである．他方で，クラヴィウスは，「真の点」は不可分でなければならないとしており，不可分性を点概念の不可欠の要件としている．

要するに，大きさにおいては点が考えられねばならず，数においては単位（一），また時間においては瞬間が考えられねばならない．なぜなら，これらは不可分者(individua)と考えられるべきものだからである．

こうして，クラヴィウスは，数における単位としての「一」や，時間における「瞬間」と同様に，大きさにおいて出発点となる不可分者として，「点」が考えられねばならないとしている．先の説明と合わせると，原理から問題（命題・定理）へという数学者の流儀，したがって，単純なものから複雑なものへという総合の方法の一環として，連続量における不可分者として点が最初に措定されねばならない，という理解が，クラヴィウスにはあるように思われる．点の定義に関して，クラヴィウスはユークリッドを基本的に擁護している．

§8. ピエール・エリゴン（Pierre Hérigone, 1580–1643）は，フランスの数学者・天文学者で，『数学講義』Cursus mathematicus (Cours mathématique)[54]という羅仏対訳版による大部の数学入門書を著している．その の第一巻（1634）において，彼はユークリッドの『原論』を扱っており，『原論』第 1 巻の定義 1 につい

[53] *Opera Mathematica*, p. 13: "Itaque, quod in quantitate continua, sive magnitudine existit, intelligiturque sine omni parte, ita ut neque longum, neque latum, neque profundum esse cogitetur, (ut nimirum excludamus animam rationalem, Nunc vel Instans temporis, & unitatem, quae etiam partes non habent) id appellatur ab Euclide, & à Geometris punctum."

[54] Pierre Hérigone (Petrus Herigonius), *Cursus mathematicus, nova, brevi, et clara methodo demonstratus, per notas reales et universales, citra usum cujuscunque idiomatis intellectu faciles,* 6 vols., Paris : 1634–37, 2e éd. : 1644.

て，クラヴィウスの説明に沿った仕方で，点の定義を解説している（*Euclidis elementorum liber primus*, Definitiones. I.）.

.

> **点**(punctum, poinct)**とは，いかなる部分もないものである．**
> 点には二種がある，すなわち，自然学的点と数学的点.
> 自然学的点は視界の最小の対象である，極めて鋭い針の先のように.
> 数学的点は知性の最小の対象であり，それは大きさ(magnitudo, une grandeur)ではなく，あらゆる大きさの始まりである.

このように，基本的にはクラヴィウスの説明に沿った仕方で解説されている.

エリゴンはさらに，数における一と，点の類似点と相違点を検討している．彼によれば，一（l'unité 単位）があらゆる数の原理であり始まりであるように，点は何らかの事物の一性に適合する．ただし，一が数の部分であるのとは異なり，点は線の始まりおよび終わりではあっても，部分ではないとする．また，一が数にいかなる位置(position)も状況(situation)も要求しないのに対して，点が大きさにおける状況と位置を要求する点で，数における一とは異なるとしている．また，点は，音楽における音や，時間における瞬間，運動における場所の変化と類似性をもつことを指摘している.

注目したいのは，純粋な抽象でしかない数学的点を，図形文字として自然学的点で表現する問題にも触れていることである．すなわち，数学者たちは，大きさがあらゆる質料から分離されていると考えるが，自然学的にしかそれらをその視界に提示できない．したがって，点 A• のように，数学的点を自然学的点によって表すのである.

§9. クロード・フランソワ・デシャレ（1621–78）は，フランスのイエズス会の司祭兼数学者である．17世紀には『原論』のフランス語による翻訳も相次いで出版されるが，版を重ねて普及した Dechales 版の仏訳が重要である[55]. そこでの Dechales の点の定義の説明はなかなか興味深いので引いてみる(*Les Elemens d'Euclide*, p. 2).

> 点とはいかなる部分も含まないものである.
> この定義は次の意味でとらえなければならない．すなわち，その部分を区別することなしに，あるいはそうした部分を持っていると考えることなしに私たちが認識している量とは，数学的な点のことであり，まったく不可分な量であったゼノンのものとはまったく異なる．というのも，後者が可能かどうかは正当な理由によって疑うことができるからである. 対して前者については，それらをそうあるべきものとして認識すれば，疑うことはない.

すなわち，点の定義を，ゼノンのパラドクスにかかわり概念的に問題のある「不可分者」としてではなく，規約的な「数学的点」として捉えよ，ということのようだ．この時代は，やがて微積分が不可分者の幾何学に取って代わる時代にあり，移行期における不可分者に対する懐疑が示されているのかもしれな

[55] Claude François Millet Dechales, *Les Elemens d'Euclide, expliquez d'une manière nouvelle & tres-facile, avec l'Usage de chaque Proposition pour toutes les parties des Mathematiques*, Nouvelle edition : 1683.

い．

点を「いかなる部分も持たない」もの，したがって，「分割ができない」ものであると演繹するのが，通常の理解であろう．ただし，「単に部分をもたない」や「不可分である」というだけでは，数学的・幾何学的な点として十分でないことも，指摘されてきた．たとえば，ライプニッツは，モナドすなわち単純実体を定義して，「単純とは部分がないこと」であり（『モナドロジー』1714, §1），「部分がないところには，拡がり（延長）も，形も，可分性もない」（§3）と演繹している．したがって，「部分がない」というだけでは，形而上学的点であるモナドも含まれてしまうし，「瞬間」や一部の者たちが定義する「原子」だけでなく，さらにはパルメニデス的な連続的な一なる「存在」も，新プラトン主義的な「一者」や，キリスト教的な「神」なども，この条件を満たしてしまう．

点の定義だけでも，こうしたさまざまな問題を孕むので，ユークリッドの『原論』は哲学や神学の観点からも注目され，多くの注釈がほどこされてきたのだと思われる．

§10. アントワーヌ・アルノーと**ピエール・ニコル**による『ポール・ロワイヤルの論理学』（第一版：1662／第二版：1664／第五版：1683）[56]は，第一巻第五章（第二版では第四章）において，スコラ的な抽象の理論を展開した．そこでは，精神は有限であるため全体を一挙に把握できず一部だけしか考察できないという欠点をもつが，全体よりもむしろ部分を考察することの有益性が指摘されている．そして，そのような部分による認識として，**精神による抽象** abstraction de l'esprit ないし**切り離し（捨象）**précision があるとされる[57]．その抽象ないし切り離しによる観念の代表的事例として，第一に算術，第二に幾何学における抽象が紹介される．

数学が「切り離し」をその学問の存在論的特徴としていることは，スコラ的な伝統において継承された理解であって，すでにアリストテレスが『形而上学』において指摘していたことに基づいている．すなわち，

> 数学は切り離し ἀπολαμβάνω て，その固有の質料の或る特定の部分（たとえば，線または角または数またはその他の或る種の量）だけを研究している，しかもそれらを存在としてではなしに，ただそれらの各々を一次元的にまたは二次元的にまたは三次元的に連続的なものとしてのかぎりにおいて研究している．（『形而上学』XI, 3, 1061）

シルヴァン・オルーは，『観念の論理学』で，PRL における抽象を取り上げ，そこでは３種の抽象が区別されているとする．すなわち，(1)「全体から部分への分解（分割）」，(2)「ある様態とその実体との分離（実在的物体との関連での幾何学の対象にかんする，アリストテレスの理論の反復）」，そしてより本質

---

56 アントワーヌ・アルノー，ピエール・ニコル『ポール・ロワイヤル論理学』山田弘明・小池明也［訳］，法政大学出版局，2021 年．Antoine Arnauld et Pierre Nicole, *La Logique ou l'art de penser*, édition critique par Pierre Claire et François Girbal, Seconde éd., Vrin, 1993; *La Logique, ou l'Art de penser*, édition critique par Dominique Descostes, Honoré Champion, 2014.

57 スコラおよび近世における抽象の理論については，池田真治(2021a)「近世西欧哲学における抽象の問題（一） ―17 世紀スコラ哲学における抽象の概念―」（『富山大学人文学部紀要』第 75 号，pp. 1–17），および，池田真治(2021b)「デカルトの抽象理論：近世スコラ哲学およびデカルト派の論理学との比較を通じて」（池田真治編・著『抽象の理論をめぐる哲学史──古代から近代まで──』「抽象と概念形成の哲学史」研究会・研究報告論集，2021，pp. 63–119）を参照されたい．最近出た邦訳では précision を「正確さ」と訳しているが(p.58)，précision はスコラ的な抽象の理論で使われた praecisio に由来する術語であるので，「切り離し」ないし「捨象」とすべきである（池田 2021，p. 4，注 7）．

的には，(3)「〈他方を考えることなく一方を思惟すること〉で〈異なる属性をもつ同一の事物〉を認める手続き」である[58].

点の概念がかかわるであろう幾何学における抽象は，(2) の抽象である．

> 部分による第二の知識は，実体に注意を払わずにある一つの様態を考察するとき，またはそれらをそれぞれ別々に見ることによって同じ一つの実体のうちに一緒に結合される 2 つの様態を考察するときである．これは，長さ，幅，深さ［奥行き］において延長した立体を彼らの学問の対象として取った幾何学者がやったことである．なぜなら，そのことをよりよく知るために，彼らはまず，それを長さというただ一つの次元に基づいて考えるようにし，そうして彼らはそれに線という名前を与えたからである．そして，それを長さと幅の二次元で考え，それを面と呼んだ．それから，長さ，幅，深さの 3 次元を合わせて考えて，それを立体，あるいは物体と呼んだ． (PRL. I. ch. 5)

ここでは，点の定義は出てこない[59]が，線から面，そして立体への上昇的定義が見られる．アルノーは『幾何学の新原論』（初版：1667；第二版：1683）において，逆の順序でこれらの原始語を定義した．すなわち，アルノーは，次元にかんする進展的抽象によって，立体から線へと下降することで定義する：

> 第三に，物体，空間，延長（なぜなら，これらはみな同じものを表示するからである）と呼ばれるものが，長さ，幅，深さという三つの次元を有することを知っていると仮定する．それら 3 つ全部で考える場合，そのときにはこの種の大きさは物体ないし立体と呼ばれる．2 つの次元，すなわち長さと幅しか考察しない場合には，面と呼ぶ．また，一つの次元，すなわち長さしか考察しない場合には，線と呼ぶ．[60]

アルノーらは，幾何学的に対する懐疑論に対しても，敏感に反応している．

> そのことによって，幾何学が自然の内にない線や面を想定しているからといって，幾何学の確実性に疑いを投げようと欲する幾人かの懐疑論者たちの議論がどれほどばかげているかがわかる[61]．なぜなら幾何学者は，幅のない線，または深さのない面が存在するとは想定していないからである．むしろ，彼らは幅に注意を向けることなしに長さを考慮できることを前提としているだけなのだ．疑いえないことだが，ある都市から別の都市までの距離を測量するときのように，その幅に注意を払うことな

---

[58] S. Auroux, *La logique des idées*, Vrin 1993, p.66f.

[59] 点の定義は，アルノーの『幾何学の新原論』全体においても扱われない．点が新しい幾何学から排除された理由について，きちんとした検討はまだできていないが，第一巻では大きさにかんする代数的計算が扱われ，第二巻では比例論が扱われ，以降の巻も大きさにかかわるものであるから，点の導入が不要だったのかもしれない．

[60] *Nouveaux élements de géométrie*, Livre I, 3ème supposition, in *Géométrie de Port-Royal*, éd. critique par D. Descostes, Honoré Champion, 2009, p. 114.

[61] セクストゥス・エンペイリコスは，『幾何学者に対して』（*Adversus geometras*）において，点は存在せず，また線も，たとえ点が実在的に存在することを認めても，存在しないと主張した（*Adversus mathematicos*, Antverpiae, 1569, pp. 75-76）．

く，道の長さだけを測量するのである．(PRL. I. ch. 5) [62]

このように，アルノーらは，抽象を積極的に捉えて，幾何学の確実性を擁護している．

§11. トマス・ホッブズ（1588-1679）は，1653 年に『哲学原論』の第一部として『物体論』（*De Corpore*）[63]を刊行する（それは第三部『市民論』の後に書かれた）．『物体論』でホッブズは，ガリレオを一般的な自然学への最初の門を開いたとして高く評価する．その「最初の門」とは運動の本性(natura motus)のことである．他方で，本書ではアリストテレス自然学が頻繁に批判されている．

ホッブズは数学に対しても唯物論的なアプローチをとる．したがって非物体的な抽象観念は否定される．ホッブズにとって数学は量についての研究であり，量は 3 次元の物体の尺度である．量(Quantitas)はまず，非連続的な数としての(Non continua ut numerus)量と連続的な(Continua)量に分けられる（第 2 章第 15 節）．連続的な量はさらに，それ自体で(per se ut)連続的な量と，偶然に(per accidens)連続的な量に分類される．それ自体で連続的な量に，線・面・立体があるとされる．それに対して，偶然に連続的な量としては，時間・運動・力がある．すなわち，線による時間としての量，線と時間による運動としての量，運動と立体による，力としての量があるとされている．

『物体論』の第 8 章第 12 節で，ホッブズは「点・線・面・立体とは何か（Quid sint punctum, linea, superficies, solidum）」と問う[64]．『物体論』における点の定義は，ユークリッドの定義とは全く異なる．ホッブズにとって「点(punctum)」とは，「物体の大きさが無い(nulla)と考えられているもの」，すなわち，大きさ 0 の物体である．

> 運動している物体の大きさ（これが常に何かある大きさであるとしても）を仮に 0 と考えた場合，この物体が移行するのに通る経路は，「線」あるいは「単一次元」と呼ばれるが，これに対してそれが移行した間隔は「長さ」と呼ばれ，またこの物体そのものは「点」と呼ばれる．地球が「点」と，その公転軌道が「楕円形の線」と呼びならわされるのは，この意味においてである．[65]

こうして，ホッブズは，「点（punctum）」を大きさ 0 の物体，「線（linea）」を点が移行するのに通る経路とする．線は，「単一次元（dimensio una et simplex）」とも呼ばれる．また点の移行した間隔を「長さ（longitudo）」と呼ぶ．運動している物体が既に長さを持っている場合に，その物体の一つ一つの部分が線を描くように物体が運動するならば，この物体の各々の部分の経路は「幅（latitudo）」，描かれる空間は「面（superficies）」と呼ばれる．したがって，面は長さと幅の 2 次元をもつ．さらに，物体が面を持っている場合に，この物体の各々の部分が線を描くように物体が運動するならば，各々の部分の経路はこの物体の「厚さ（crassities）」ないし「深さ（profunditas）」と呼ばれ，描かれる空間は「立体（solidum）」と呼ばれる．したがって，立体は，長さ・幅・深さの 3 次元を持つ．

---

62 Cf. *Nouveaux élements de géométrie*, Livre V, Second avertissmenet, III-III.

63 Thomas Hobbes, *De Corpore, in Elementorum Philosophicae Sectio Prima*, Édition critique, notes, appendices et index par Karl Schuhmann, Vrin 1999；*The English Works of Thomas Hobbes,* Vol. I, London 1839 (Scientia Verlag Aalen, Second Reprint 1966).

64 *Ibid.*, Schuhmann, pp. 88–89.

65 邦訳は，ホッブズ『物体論』本田裕志訳，京都大学学術出版会，2015, p.138 による．

こうしてホッブズにとって線は，動く点の軌跡であり，面は動く線の軌跡であり，体積は動く表面の帰結である．すでに第 2 章第 6 節で，「線は点の運動から生じ，面は線の運動から生じ，ある運動は他の運動から生じる」[66]としていた．

このように，ホッブズは点の運動によって線，線の運動によって面，面の運動によって立体が生じるとする，生成的定義・上昇的定義をとる．運動という非幾何学的概念は出てくるが，すでに古代からある定義ないし考えであって，特にホッブズ独自というわけではない．たとえば，アリストテレスがその説を『魂について』などで紹介していたし，プロクロスも「線とは点の流れ」として，運動概念を用いた生成的定義を提示していた．

また，ホッブズの定義は，直近ではカヴァリエリの『不可分者による連続体の幾何学』（1635）における定義に基づくものである．カヴァリエリは，線はおのおの大きさを持たない無限数の点からなり，面はおのおの幅を持たない無限数の線からなり，体積はおのおの厚さを持たない無限数の表面からなると主張した．不可分者の方法は，いかなる大きさも一方の他方に対する比がいかなる比であっても無限数の小さな量に分割されうるという前提に立つものである．

さらに，ホッブズは，第 12 章「量について」において，線・面・立体といった量が，感覚によって限定される仕方である，量の明示（expositio）を扱う．それらの量の明示として，(1) 運動，(2) 並置，(3) 切り分けの 3 種を挙げている．

(1) は，先の第 8 章第 12 節で提示されたように，点・線・面の運動によって（per motum）それぞれ線・面・立体を生成的に定義していたものであり，その運動が（感覚的な）痕跡を残す仕方で明示される場合を言う．

(2) は，ホッブズ自身の説明が明快である．「たとえば，線が線に，言いかえれば長さが長さに，幅が幅に，厚さが厚さに添え合わされる場合がそうである．これは線を点によって，面を線によって，立体を面によって描くことである．ただしこの場合，点はごく短い線，面は薄い立体と解さなければならない」．つまり，幾何学的対象を並置によって（per appositionem），空間的に近接的に同時に並べて比較することによる認識を言う．ここに見るように，ホッブズは，幾何学的対象と幾何学的認識の関係を重視する．したがって，感覚に対して提示された点は，より厳密には，ごく短い線であるし，また面は，ごく薄の立体である（もちろん，線は，幅がごく狭い面である，ということになろう）．

(3) は，線と面が切り分けによって（per sectiones）明示される場合を言う．すなわち，明示された面を切断することによって線が生じ，立体を切断することによって面が生じる．ホッブズは，「線の切り分けによって点が生じる」とは述べていないが，当然これも含まれるはずである．

したがって，(1) がボトムアップ，(3) がトップダウンによる構成である．(2) は，カヴァリエリの不可分者の方法に類似しているとはいえ，ここではあくまで感覚的な点を極小の線分と見なしている点で異なる．

第 15 章「運動と努力の本性・特性および多様な考量について」で，ホッブズはいよいよ，物体の運動と大きさについて論じるにあたり，幾何学の諸原理を要求する．そこでは，これまでに呈示した運動の諸原理を整理し，これらに付け加える新たな諸原理を述べる．「努力（コナトゥス）」と点の再定義が，ここで登場する．

---

[66] linea … fiat ex motu puncti, superficies ex motu lineae, motus unus ex motu alio, etc.

「努力とは，与えられる空間・時間よりも小さい空間・時間にわたっての運動である」，言いかえれば，「明示によって決定されたり数によって指定されたりする空間・時間よりも小さい空間と時間をつうじての運動である」，ということはつまり，「点にわたっての瞬間における運動である」．[67]

ホッブズはコナトゥスの定義の際，点の意味について留意する必要があるとして，次のように述べる．

点とはいかなる量も持たないもの，つまりいかなる仕方でも分割できないものという意味にではなく（なぜなら，諸事物からなる自然の中にはこういう仕方で存在しているものは何もないから），それの量が考量されていないもの，すなわち，それのいかなる量も部分も示されるべきもののうちに数えられていないものという意味に解されている，ということである．したがって，点は分割不可能なものとしてではなく，分割されていないものとみなされ，同様に瞬間もまた，時間によって分割されていないものと受けとられるべきであって，分割不可能なものと受けとられるべきではない．[68]（下線強調筆者）

ここでなされているのは，点についての認識的規定である．ホッブズは点を，量を持たない・分割不可能なもの，という存在的な意味で規定しない．点とは，その量が考えられない，その部分が明示されないものであり，思考において分割されていないものである，という認識規定を，点の意味として採用する．

こうしてホッブズにおいて点とは，実在的には分割可能であるが，思考上分割されていないだけのものである．物体を点とみなす考察は，論証をする上での戦略としてしか意味を持たない．すなわち，点として物体を扱うことで，物体の量あるいは部分の考察が捨象される．それは，幾何学的対象を生産する因果的操作の諸帰結の明示的連鎖として理解された論証方法を構成する．そしてこのことは，それらの作図の結果としてこれらの性質を提示させる．

ホッブズは，作図証明の要求という観点から，部分をもたないものとしてのユークリッドの点の定義を批判する．ユークリッドは，点を，アリストテレスのスティグメーではなく，セーメイオンと名付ける．ユークリッドはこう名付けることで，点を物理的実在から解放し，単なる徴標か規約的なしるしにしたかったのだとする．他方で，ホッブズは，ユークリッドの公理系が，点を非実在化することで，行きすぎてしまったと考える．文字通り受けとれば，ユークリッドの点の定義は，より短く，「点は何でもない（無である）」と定式化できるものである．ユークリッドは，幾何学の要請の範囲を越えてしまい，かえって論証のうちに困難を投げ込んでしまったのである．こうしてホッブズが考える，幾何学の論証に真に有用な唯一の点の定義とは，「点とは何か分割可能なものだが，そのいかなる部分も論証においては考慮されない」，ということである[69].

---

67 第 15 章第 2 節，邦訳 p. 243；Schuhmann, p. 155: *Conatum esse motum per spatium et tempus minus quam quod datur*, id est *determinatur sive expositione vel numero assginatu*r, id est, *per punctum et in instanti*.

68 *Ibid*., 邦訳 p. 243; Schuhmann, p. 155

69 Definitio puncti vera, et quae vitium nullum in demonstrationes illatura sit, talis esse debet : punctum est divisibile quidem, sed cujus pars nulla in demonstratione consideranda est (*De Principiis et Ratiocinatione geometrarum*, OL IV, 392).

参考文献

アリストテレス『形而上学』，出隆［訳］，岩波文庫，上：1959,下：1961.

Euclid

The Thirteen Books of The Elements, 2nd Ed., tr. with intro. and commentary by Thomas L. Heath, Vol. 1, Dover, 1956.

『エウクレイデス全集〈第 1 巻〉原論 I–VI』，斎藤憲，三浦伸夫［訳・解説］，東京大学出版会，2008.

セクストス・エンペイリコス『学者たちへの論駁 1』西洋古典叢書，金山弥平・金山万里子訳，2004

Proclus Diadochus

In Primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii, ex recognitione Godfredi Friedlein, Lipsiae 1873.

A Commentary on the First Book of Euclid's Elements, Trans. with Intro. and Notes, by G. R. Morrow, With a new foreword by I. Mueller, Princeton University Press, 1992

Christophoros Clavius, *Commentaria in Euclidis Elementa geometrica*, ed. and pref. by E. Knobloch, Olms-Weidmann, 1999.

Pierre Hérigone (Petrus Herigonius),

Cursus mathematicus, nova, brevi, et clara methodo demonstratus, per notas reales et universales, citra usum cujuscunque idiomatis intellectu faciles, 6 vols., Paris : 1634–37, 2e éd.

Claude François Millet Dechales, *Les Elemens d'Euclide, expliquez d'une manière nouvelle & tres-facile, avec l'Usage de chaque Proposition pour toutes les parties des Mathematiques*, Nouvelle edition : 1683.

Antoine Arnauld, *Nouveaux élements de géométrie*, Livre I, 3ème supposition, in *Géométrie de Port-Royal*, éd. critique par D. Descostes, Honoré Champion, 2009.

Antoine Arnauld et Pierre Nicole

La Logique ou l'art de penser, édition critique par Pierre Claire et François Girbal, Seconde éd., Vrin, 1993.

La Logique, ou l'Art de penser, édition critique par Dominique Descostes, Honoré Champion, 2014.

アントワーヌ・アルノー，ピエール・ニコル『ポール・ロワイヤル論理学』山田弘明・小池明也［訳］，法政大学出版局，2021.

Thomas Hobbes

De Corpore, in Elementorum Philosophicae Sectio Prima, Édition critique, notes, appendices et index par Karl Schuhmann, Vrin 1999.

The English Works of Thomas Hobbes, Vol. I, London 1839 (Scientia Verlag Aalen, Second Reprint 1966).

付録：点の定義の歴史（表）

人物	点の定義	備考
ピュタゴラス	点とは位置をもつ単位（モナド）である．	
プラトン	点は線のアルケー（原理）である．	点＝不可分な線
アリストテレス	点（スティグメー）は線の切断ないし分割であり，限界である．	次元の下降的定義 抽象説
ユークリッド	点（セーメイオン）とは部分のないものである．	欠如的・否定的定義
セクストス・エンペイリコス	点は広がりをもたない非物体的なものとして思惟されるが，感覚的に経験されず，したがって思惟でも捉えられない，存在しないものである．	懐疑論
プロクロス	点は卓越的なイデアとして知性の内にある，あらゆる延長を欠く実体的なものである．他方で点は，限界づける要素として，限界づけられた事物に加わる際に，延長可能な付帯的なものとなる．	ユークリッドの定義を擁護 抽象説批判
クラヴィウス	点とは連続量，あるいは大きさにおいて部分を持たないものである．部分を持たないものとは，次元を持たないものである．	ユークリッドの定義を擁護 点＝不可分者
ピエール・エリゴン	点には自然学的点と数学的点の二種がある．数学的点は，点A• のように，自然学的点によって表される．	クラヴィウスの点の説明に沿う
クロード・フランソワ・デシャレ	「点とはいかなる部分も含まないものである」，ということで言われている点は，不可分な量ではなく，規約的な数学的点のことである．	点≠不可分者 規約的理解
カヴァリエリ	点は線の究極的部分すなわち不可分者である．同様に，面の不可分者は線，立体の不可分者は面である．そして，点の全体は線，線の全体は面，面の全体は立体をつくる．	点＝不可分者 次元の上昇的定義
アルノー	実体から様態を分離する，精神による抽象ないし切り離しによって，幾何学的対象が構成されるとする．線・面・立体の上昇的定義と下降的定義．点の定義をせず．	点を大きさの代数に関する新しい幾何学から排除する
ホッブズ	点とは，大きさが無いと考えられている物体である． 感覚に対して明示された点は，より厳密には，ごく短い線である． 点とは，量を持たない不可分なものではなく，その量が考えられない，その部分が明示されないものであり，思考において分割されていないものである． コナトゥスとは，点にわたっての瞬間における運動である．	ユークリッドの定義を擁護 カヴァリエリの定義を応用するが，点≠不可分者とする 運動概念に基づく次元の生成的定義・上昇的定義