

高密度鉄道ダイヤにおける列車集群化を抑制する運行制御方策

和田健太郎¹・吉相俊²・赤松隆³・大澤実⁴

¹学生員 東北大学大学院 情報科学研究科 博士後期課程 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-3-09)

E-mail: wadaken@plan.civil.tohoku.ac.jp

²非会員 瑞草区役所 災難治水課 (〒 137-704 ソウル市瑞草区南部循環路 2584)

E-mail: kilsj0413@hotmail.com

³正会員 東北大学大学院教授 情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-3-09)

E-mail: akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp

⁴非会員 東北大学大学院 情報科学研究科 博士前期課程 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-3-09)

E-mail: osawa@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究は、高密度鉄道ダイヤにおける列車の集群化を抑制する運行制御方策を提案する。そのために、まず、停車区間、走行区間における遅延伝播メカニズムを総合的に考慮した列車運行モデルを構築する。続いて、遅延の伝播を抑制するための自律分散的な運行制御方策を導入する。そして、この制御方策の下では、遅延は伝播せず、運行ダイヤに従う列車運行システムが安定化されることを証明する。

Key Words : *high-frequency railway systems, train bunching, stability analysis, decentralized control strategy*

1. はじめに

高密度に整備された首都圏の鉄道は、極めて高頻度な列車運行により、朝夕に発生する膨大な通勤トリップに対応することを可能にしている。しかしその利便性の反面で、高頻度ダイヤは、日々発生する遅延を許容するための十分な余裕を含むことができないため、本質的に遅延の発生・拡大が生じやすい不安定な列車運行システムとなっている。その結果、小さな遅延が拡大し、最終的には、列車が集群化 (i.e., 団子運転状態) してしまうという問題も顕在化している。

高頻度列車運行システムにおける遅延の拡大メカニズムには、2つの種類が存在する。1つ目は、“停車区間における遅延伝播メカニズム”である¹⁾。これは、駅における停車時間が乗客数の増加にともなって延びることに起因する。ひとたび、遅延が発生すると、当該列車は次の駅でより多くの利用者に直面し、停車時間が増加することになる。このとき、後続列車は遅れた列車との運行時隔は小さくなり、停車時間も短くなるため、最終的に団子運転状態におちいる。2つ目は、近年、仮屋崎ら²⁾によって報告された“走行区間における遅延伝播メカニズム”である。これは、線路上の列車の密度が大きいことに起因するものであり、先行列車に追従するように加減速を繰り返すために起こる高頻度運行特有の現象である。これらの2つのメカニズムは、相互に作用し、それがさらなる大きな遅延を招くことになる。

このような遅延拡大を抑制・解消する対策の検討は、これまで経験的・試行錯誤的に行われてきている。列車運行シミュレーションに基づく研究^{3),4),5),6)}は、その一例である。このアプローチでは、現実の詳細な列車運行オペレーション等を検討するためには有用であるものの、モデルそのものが複雑であるため、一般的な運行制御方策の性質を明らかにするには不向きである。すなわち、遅延伝播メカニズムを含む不安定な列車運行システムを安定化するための方法論は確立していない。

別のアプローチとしては、遅延の発生・伝播に対して頑健なダイヤを設計するものがある^{7),8)}。このアプローチでは、遅延の要因となる様々な不確実性を考慮した上で、列車運行システムのパフォーマンスを最大化するようなダイヤを決定する。しかし、上述のような、列車運行システムのもつ動的な側面を捨象しているという問題点がある。そのため、頑健なダイヤを設定したとしても、(遅延伝播メカニズムが生じうる)高頻度列車運行システムが本質的に不安定であることに変わりはなく、そのダイヤが維持される保証はない。

一方、バスの運行制御方策に関して、近年、Daganzoら^{9),10),11)}が研究を進めている。これらの研究では、鉄道同様の不安定性を有するバスの運行システムを安定化するいくつかの制御方策が提案されている。ただし、“走行区間における遅延伝播メカニズム”は考慮されておらず、ただちに高頻度列車運行に対する制御方策として採用できるものではない。具体的には、これらの

制御方策は停車時間のみを調整することにより運行時
隔を維持するものであるが、停車時間の増加は、後続
走行区間での列車の集積化を引き起こす恐れがある。

本研究では、高密度鉄道ダイヤにおける列車集積化
を抑制する運行制御方策を提案する。そのために、ま
ず、上述の2つの遅延伝播メカニズムを統合的に考慮
した列車運行システムをモデル化する。続いて、遅延
の伝播を抑制するための自律分散的な運行制御方策を
導入する。そして、この制御の下では、運行ダイヤに
従う列車運行システムが安定化されることを証明する。

2. 列車運行システムのモデル化

本章では、遅延の伝播メカニズムを考慮した列車運行
システムをモデル化する。具体的には、まず(1)では、
状況設定を示したのちにモデルの基本構造を示す。続
く2つの節では、遅延伝播メカニズムを表すサブ・モデ
ルを定式化する。(2)では、駅における遅延伝播を表す
サブ・モデルを示し、(3)では、走行区間における遅延
伝播を表すサブ・モデルを示す。そして、(4)では、以
上を統合したモデルの全体像を示す。

(1) 状況設定とモデルの構成

本稿では、高密度ダイヤにおける、環状線を走行す
る列車運行システムを対象とする。環状線には、駅が S
個存在し、 N 台の列車が予め決められたダイヤに従っ
て一方向に走行している。列車 n が駅 s に到着するダ
イヤ上の時刻を $T_{n,s}$ と書くと、ダイヤは、

$$T_{n,s+1} = T_{n,s} + B_{n,s} + C_{n,s} \quad \forall n, \forall s \quad (1)$$

と表現される。ここで、 $B_{n,s}$ はダイヤ上想定されている
駅での停車時間、 $C_{n,s}$ はダイヤ上想定されている駅 s と
駅 $s+1$ 間での走行時間である。また、環状路線である
ため、 $S+1=1$ 、 $N+1=1$ である。

本稿で構築する列車運行モデルも同様の基本構造を
持つ。すなわち、列車 n が駅 s に実際に到着する時刻
を $t_n(s)$ とすれば、各列車の挙動は次の状態方程式で与
えられる：

$$t_n(s+1) = t_n(s) + b_n(s) + c_n(s) \quad \forall n, \forall s. \quad (2)$$

ここで、 $b_n(s)$ 、 $c_n(s)$ は、各々、実際の停車時間、実際
の走行時間であり、続く節で示すサブ・モデルによっ
て決定される。列車の挙動(2)は、遅延が全く起こらな
い状態では、ダイヤ(1)に一致する。しかし、ひとたび
遅延が発生すると、以降でモデル化する遅延伝播メカ
ニズムによって遅延が拡大し、列車群の挙動はダイヤ
から乖離することになる。

(2) 駅での停車時間を表すサブモデル

各駅における列車の停車時間 $b_n(s)$ は、ダイヤ上想定
されている停車時間 $B_{n,s}$ に運行時隔の乱れによる停車
時間の増加(減少)分を加えたものと仮定する：

$$\begin{aligned} b_n(s) &= B_{n,s} + \beta_s \{(t_{n,s}(s) - t_{n-1}(s)) - H_{n,s}\} \quad \forall n, \forall s \quad (3) \\ &= (B_{n,s} - \beta_s H_{n,s}) + \beta_s (t_n(s) - t_{n-1}(s)) \quad \forall n, \forall s. \end{aligned}$$

ここで、 β_s は需要を表す正の無次元パラメータであり、
時隔が1単位増加したときに停車時間がどれだけ増加
するかを表している。一般に、運行時隔の変化に対し
て停車時間の変化は小さいと考えられるため、 β_s は1
より小さいとする。また、 $H_{n,s} \equiv T_{n,s} - T_{n-1,s}$ であり、
ダイヤ上の運行時隔を表している。停車時間(3)は、2
行目で表されているように、右辺第1項の余裕時分(以
下では、 $g_{n,s}$ と表記する)に運行時隔に比例する停車時
間(右辺第2項)を加えたものとも解釈できる。

上記のモデルは、シンプルに“駅における遅延伝播
メカニズム”を表現することができる。一方、到着時刻
ベースのモデルは、列車の停車中に到着した乗客は次
の列車に乗車することを意味するため、停車中に到着
した乗客を考慮する場合(i.e., 出発時刻ベース)と比べ
て誤差が生じる。ただし、運行時隔の乱れが小さい場
合は、この誤差をほとんど無視できるため(その詳細は
付録Iを参照)、本稿では停車時間の近似モデルとして
式(3)を採用する¹。なお、式(3)は、余裕時分に乗車に
必要な時間を加えたものであり、遅延伝播を抑制す
るための制御方策を導入した場合の停車時間とは異なる。
停車時間の制御については、第4章で詳しく述べる。

(3) 駅間での走行時間を表すサブモデル

列車の走行方式は、移動閉塞方式を仮定する。これ
は、従来の固定閉塞方式に代わる走行方式として、近
年導入が検討されているものである。具体的には、移
動閉塞方式は、先行列車との距離や速度に応じて列車
間隔を調整するものであり、自動車の走行挙動と類似
した走行方式と言える。そこで、本稿では、追従モデ
ルにより列車の走行挙動をモデル化する。具体的には、
Newell²⁾によって提案された線形の追従モデル(以下、
Newellモデル)を採用する。このモデルは、先行車両
との車頭間隔に応じて適切な速度で走行する、という
ルールで車両軌跡を記述するものであり、“走行区間
における遅延伝播メカニズム”を表現することができる。

a) Newell の追従モデル

ある駅区間の時刻 t における列車 n の位置を $x_n(t)$
と表すとき、先行列車と当該列車の車頭間隔² $s_n(t) \equiv$

¹ 本稿で扱う安定性は、(後述するように)局所安定性であるため、
比較的小さな遅延を対象としている。従って、近似モデルを採
用することは、妥当であると考えられる。

² 列車運行を想定するときは、車頭間隔を先行列車の最後尾と当
該列車の先頭の距離と読み替える必要がある。

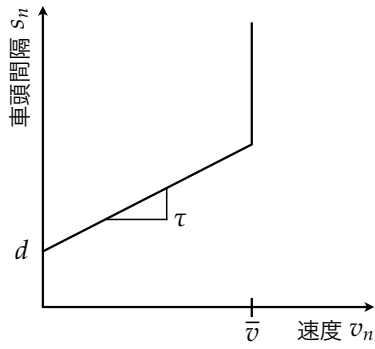


図-1 車頭間隔と速度の関係

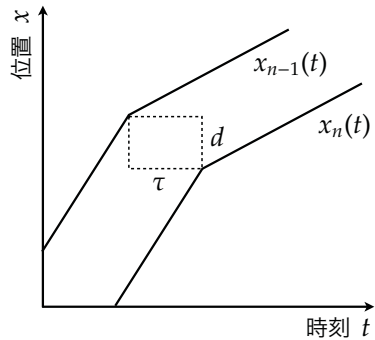


図-2 追従走行時の車両軌跡

$x_{n-1}(t) - x_n(t)$ と列車 n の速度 $v_n(t)$ は図-1 に示すような線形関係にあると仮定する。ここで、 \bar{v} は最高速度、 d は速度 0 における最小車頭間隔、 τ は速度変化の傾きである。このとき、ある駅を時刻 0 に出発してから t 後に列車 n が到達する位置は次のように表現される：

$$x_n(t) = \max\{x_n(0) + \bar{v}t, x_{n-1}(t - \tau) - d\} \quad (4)$$

式 (4) の右辺第 1 項は、最高速度で走行した場合の車両位置であり、第 2 項は追従走行する場合の車両位置である (図-2)。この図より、 d は安全距離、 τ は反応時間であると解釈できる。

b) 列車の走行モデル

先に示した Newell モデルを、本モデルの状態変数である各列車の到着時刻 $t_n(s)$ で記述しよう。本研究では、走行区間には 1 つの速度制限区間 (i.e., ボトルネック) があると仮定する。ここで、速度制限区間は路線の線形や踏切などによって減速する区間である。

駅 s と駅 $s+1$ の距離を L_s 、ボトルネックまでの長さを $L_{s,1}$ 、ボトルネック区間の長さを $L_{s,b}$ 、ボトルネック区間の終わりから駅までの長さを $L_{s,2}$ とする。また、ボトルネック区間以外の営業速度を $v_{s,f} (< \bar{v}_s)$ 、ボトルネック区間での制限速度を $v_{s,b} (< v_{s,f})$ とし、全列車共通とする。

このような設定の下、各列車の走行パターンは次の 3 つに分類することができる：1) 自由走行する場合、2)

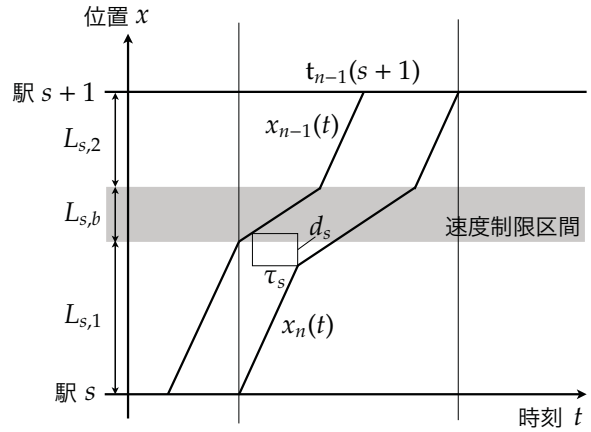


図-3 列車の走行軌跡

追従走行する場合、3) 先行列車の出発を駅の直前で待機する場合。1) 自由走行する場合の列車の走行時間は、

$$c_n(s) = c_s = \frac{L_{s,1} + L_{s,2}}{v_{s,f}} + \frac{L_{s,b}}{v_{s,b}} \quad (5)$$

と与えられる。右辺第 1 項は速度制限区間以外を通過するためにかかる時間、第 2 項は速度制限区間で費やす時間である。

2) 追従走行する場合、列車の軌跡は図-3 のように描くことができる。すなわち、まず列車 n は、先行列車と安全距離 d_s 以上離れている間は自由走行する。そして、先行列車が速度制限区間に入り、その間隔がちょうど安全距離になった時点で減速し、追従走行する。速度制限区間を抜けた後は、先行列車との距離は十分離れているので自由走行する、というものである。このとき、速度制限区間以降は先行列車との運行時隔の変化はなく、その時隔は定数 $a_s \equiv \tau_s + d_s/v_{s,b}$ である。このことを利用すると、列車 n が駅 $s+1$ に到着する時刻は、先行列車の到着時刻に定数を加えたものになる。従って、走行時間は、

$$c_n(s) = t_{n-1}(s+1) + a_s - (t_n(s) + b_n(s)) \quad (6)$$

で与えられる。ここで、式 (6) の右辺第 3 項は列車 n が駅 s を出発する時刻を表す。

3) 先行列車の出発を駅の直前で待つ場合、列車 n が駅 $s+1$ に到着する時刻は、先行列車が駅 $s+1$ を出発する時刻に、上記で述べた定数 a_s を加えたものになる。従って、走行時間は、

$$c_n(s) = (t_{n-1}(s+1) + b_{n-1}(s+1)) + a_s - (t_n(s) + b_n(s)) \quad (7)$$

と与えられる。

(4) 列車運行ダイナミクス

サブ・モデルにより定式化された停車時間 (3), 走行時間 (5), (6), (7) を, 状態方程式 (2) に代入すると, 列車 n が駅 $s+1$ に到着する時刻は次のように表される:

$$t_n(s+1) = \begin{cases} (1 + \beta_s)t_n(s) - \beta_s t_{n-1}(s) + g_{n,s} + c_s & \text{if 自由走行の場合} \\ t_{n-1}(s+1) + a_s & \text{if 追従走行の場合} \\ (1 + \beta_{s+1})t_{n-1}(s+1) - \beta_{s+1}t_{n-2}(s+1) + a_s & \text{if 駅の直前で待機する場合} \end{cases} \quad (8)$$

すなわち, 自由走行する場合は, 先行列車と当該列車との関係で次駅での到着時刻が決まるが, それ以外の場合は, 先行列車の情報のみで到着時刻が決定される.

以上の3つのパターンの中で実際の到着時刻として実現するのは, その最大値である. 従って, 列車運行の非線形ダイナミクスは次のように与えられる:

$$t_n(s+1) = F_n(s) = \max \{X_n(s), Y_n(s), Z_n(s)\} \quad (9)$$

where

$$X_n(s) \equiv (1 + \beta_s)t_n(s) - \beta_s t_{n-1}(s) + g_{n,s} + c_s$$

$$Y_n(s) \equiv t_{n-1}(s+1) + a_s$$

$$Z_n(s) \equiv (1 + \beta_{s+1})t_{n-1}(s+1) - \beta_{s+1}t_{n-2}(s+1) + a_s.$$

ここで, 次のように $N \times 1$ ベクトルを定義すると,

$$\mathbf{t}^{k-1} \equiv [\cdots t_{n-1}(s) \quad t_n(s-1) \quad t_{n+1}(s-2) \cdots]^T$$

$$\mathbf{t}^k \equiv [\cdots t_{n-1}(s+1) \quad t_n(s) \quad t_{n+1}(s-1) \cdots]^T$$

$$\mathbf{t}^{k+1} \equiv [\cdots t_{n-1}(s+2) \quad t_n(s+1) \quad t_{n+1}(s) \cdots]^T$$

ベクトル形式の列車運行ダイナミクスは次のように表される:

$$\mathbf{t}^{k+1} = \mathbf{F}(\mathbf{t}^k, \mathbf{t}^{k-1}) \quad (10)$$

where

$$\mathbf{F}(\mathbf{t}^k, \mathbf{t}^{k-1}) \equiv [\cdots F_{n-1}(s+1) \quad F_n(s) \quad F_{n+1}(s-1) \cdots]^T.$$

3. 制御導入前の運行システムの安定性解析

本章では, 制御導入前の運行システム (10) の局所安定性解析を行い, 均衡状態 (i.e., ダイヤに従う運行) が不安定であることを示す. なお, 鉄道ではダイヤ上設定されている出発時刻以前に列車が出発すること (早発) は許されていないが, 次章では早発を許容して運行制御方策を構築する. これは, 次々に列車が到着する高密度ダイヤでは常にダイヤを守ることも, 遅延の伝播を抑制し, 早期に通常ダイヤに回復することが重要であると考えられるためである. 従って, 本章

でも早発を許して解析を行う. この解析は, 運行制御方策を考える際の基本的要素となる.

(1) 列車運行システムの均衡状態

本研究では, 任意の駅における任意の列車の到着時刻が運行ダイヤ $T_{n,s}$ に一致するときを均衡状態と定義する:

$$t_n^*(s) = T_{n,s} \quad \forall n, \forall s. \quad (11)$$

ここで, 運行ダイヤにおいて, 駅間の走行パターンは全て自由走行であるとする (i.e., $C_{n,s} = c_s$). これは, 団子運転状態 (i.e., 追従走行, 駅直前での待機) をダイヤとして設定すると, 遅延の伝播メカニズムにより, 運行時隔が発散してしまうためである.

(2) 局所安定性解析

均衡状態における列車の運行ダイナミクスの局所安定性を調べるために, 均衡点近傍 $t_n(s) = T_{n,s} + \epsilon_n(s)$ でダイナミクス (10) を線形近似する:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{T}^k + \boldsymbol{\epsilon}^k, \mathbf{T}^{k-1} + \boldsymbol{\epsilon}^{k-1}) \\ \approx \mathbf{F}(\mathbf{T}^k, \mathbf{T}^{k-1}) + \nabla \mathbf{F}(\mathbf{T}^k, \mathbf{T}^{k-1}) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}^k \\ \boldsymbol{\epsilon}^{k-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}^k \equiv [\cdots \epsilon_{n-1}(s+1) \quad \epsilon_n(s) \quad \epsilon_{n+1}(s-1) \cdots]^T.$$

これにより, 摂動 $\boldsymbol{\epsilon}^k$ (i.e., 遅延) に関するダイナミクスが次のように与えられる:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}^{k+1} \\ \boldsymbol{\epsilon}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{t}^k} \mathbf{F}(\cdot) & \nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \mathbf{F}(\cdot) \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}^k \\ \boldsymbol{\epsilon}^{k-1} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

ここで, \mathbf{I} は $N \times N$ の単位行列であり, Jacobi 行列 (i.e., 係数行列) を \mathbf{J} と書く. 運行ダイナミクスの安定性を判定するためには, Jacobi 行列 \mathbf{J} の固有値を調べればよい. 具体的には, Jacobi 行列の最大固有値の実部の絶対値が 1 未満であれば, 漸近安定であり, ダイヤは維持される. 一方, 1 より大きい固有値が 1 つでも存在する場合には不安定となり, 運行ダイヤからの遅延は拡大し続ける.

Jacobi 行列の固有値を具体的に調べるために, $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{T}^k, \mathbf{T}^{k-1})$ を求めよう. ただし, \max 関数 $F_n(s)$ は直接微分することはできないため, LSE (Log-Sum Exponential) でスムージングする:

$$\hat{F}_n(s) \equiv \frac{1}{\theta} \log \{ e^{\theta X_n(s)} + e^{\theta Y_n(s)} + e^{\theta Z_n(s)} \}. \quad (14)$$

ここで, θ はスムージング・パラメータであり, $\theta \rightarrow \infty$ とすれば $\hat{F}_{n,s}$ は \max 関数 $F_{n,s}$ に一致する. このスムージング関数を用いると, Jacobi 行列の各ブロックは次のように計算される:

$$\nabla_{\mathbf{t}^k} \hat{\mathbf{F}}(\cdot) = [0 \cdots 0 \quad \hat{f}_{n,n}^k \quad \hat{f}_{n,n-1}^k \quad 0 \cdots 0]_{\forall n} \quad (15)$$

$$\nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \hat{\mathbf{F}}(\cdot) = [0 \cdots 0 \quad \hat{f}_{n,n-1}^{k-1} \quad \hat{f}_{n,n-2}^{k-1} \quad 0 \cdots 0]_{\forall n} \quad (16)$$

where

$$\begin{aligned} f_{n,n}^k &= \frac{\partial \hat{F}_n(s)}{\partial t_n(s)} = \frac{(1 + \beta_s)e^{\theta X_n(s)}}{e^{\theta X_n(s)} + e^{\theta Y_n(s)} + e^{\theta Z_n(s)}} \\ f_{n,n-1}^k &\equiv \frac{\partial \hat{F}_n(s)}{\partial t_{n-1}(s+1)} = \frac{e^{\theta Y_n(s)} + (1 + \beta_{s+1})e^{\theta Z_n(s)}}{e^{\theta X_n(s)} + e^{\theta Y_n(s)} + e^{\theta Z_n(s)}} \\ f_{n,n-1}^{k-1} &\equiv \frac{\partial \hat{F}_n(s)}{\partial t_{n-1}(s)} = \frac{-\beta_s e^{\theta X_n(s)}}{e^{\theta X_n(s)} + e^{\theta Y_n(s)} + e^{\theta Z_n(s)}} \\ f_{n,n-2}^{k-1} &\equiv \frac{\partial \hat{F}_n(s)}{\partial t_{n-2}(s+1)} = \frac{-\beta_{s+1} e^{\theta Z_n(s)}}{e^{\theta X_n(s)} + e^{\theta Y_n(s)} + e^{\theta Z_n(s)}. \end{aligned}$$

最後に、均衡状態におけるダイヤ ($\mathbf{T}^k, \mathbf{T}^{k-1}$) を式 (15), (16) に代入し、スムージング・パラメータを $\theta \rightarrow \infty$ とすると、最終的な Jacobi 行列が得られる³ :

$$\nabla_{\mathbf{t}^k} \mathbf{F}(\cdot) = \begin{bmatrix} \ddots & & & \mathbf{0} \\ & (1 + \beta_s) & & \\ & \mathbf{0} & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \mathbf{F}(\cdot) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & & -\beta_{s+n-1} \\ -\beta_{s+n-2} & \mathbf{0} & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & -\beta_{s-n+1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

以上で得られた Jacobi 行列 \mathbf{J} は、必ず 1 より大きい固有値を持つ。従って、次の命題が得られる。

命題 1. ダイヤが実行可能であると仮定する。このとき、(全ての列車が自由走行パターンとなる) ダイヤに従う列車運行システムは不安定である。

証明. Jacobi 行列の特性多項式は次のように計算される :

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{J} - \lambda \mathbf{I}) &= \det(\nabla_{\mathbf{t}^k} \mathbf{F}(\cdot) - \lambda \mathbf{I}) \cdot \det(\lambda \mathbf{I} - (\nabla_{\mathbf{t}^k} \mathbf{F}(\cdot))^{-1} \nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \mathbf{F}(\cdot)) \\ &= \prod_n (1 + \beta_s - \lambda) \cdot \left(\lambda^N + (-1)^N \prod_n \frac{\beta_s}{1 - \beta_s} \right) = 0 \quad (19) \end{aligned}$$

2 行目について、 $\nabla_{\mathbf{t}^k} \mathbf{F}(\cdot)$ は対角行列であるため、右辺の 1 番目の行列式は対角要素の積で表される。また、 $\nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \mathbf{F}(\cdot)$ は Hessenberg 行列であり、余因子展開により 2 番目の行列式が与えられる。以上より、特性多項式の解として固有値が次のように求まる :

$$\lambda = 1 + \beta_{s+n-1}, \dots, 1 + \beta_s, \dots, 1 + \beta_{s-n+1} \quad (20)$$

$$\lambda^N + (-1)^N \prod_n \frac{\beta_s}{1 - \beta_s} = 0 \text{ の } N \text{ 乗根} \quad (21)$$

ここで、需要パラメータ β_s は正であるため、1 より大きい固有値が必ず存在する。

³ 均衡状態 (i.e., ダイヤ) においては、全ての列車が自由走行するため、必ず $X_n(s) \geq Y_n(s), Z_n(s)$ が成り立つ。従って、スムージングパラメータを $\theta \rightarrow \infty$ としたときに非ゼロとなるのは、自由走行パターンに対応した項のみである。

4. ダイヤを維持するための運行制御方策

(1) 運行制御方策の基本コンセプト

本章では、ダイヤを維持するための運行制御方策を提案する。具体的には、前節で示した列車運行システムに、状態変数 ($\mathbf{t}^k, \mathbf{t}^{k-1}$) の関数で表されるフィードバック制御 $\mathbf{P}(\mathbf{t}^k, \mathbf{t}^{k-1})$ を導入する :

$$\mathbf{t}^{k+1} = \mathbf{F}(\mathbf{t}^k, \mathbf{t}^{k-1}) + \mathbf{P}(\mathbf{t}^k, \mathbf{t}^{k-1}) \quad (22)$$

この制御方策は、局所的な情報のみで各列車が自律分散的に運用するものである。またこのとき、ダイナミクス (22) の Jacobi 行列 $\bar{\mathbf{J}}$ は次のように表される :

$$\bar{\mathbf{J}} = \left[\begin{array}{c|c} \nabla_{\mathbf{t}^k} \mathbf{F}(\cdot) + \nabla_{\mathbf{t}^k} \mathbf{P}(\cdot) & \nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \mathbf{F}(\cdot) + \nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \mathbf{P}(\cdot) \\ \hline \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{array} \right]. \quad (23)$$

従って、この列車運行システムを安定化するためには、この Jacobi 行列の全ての固有値の実部の絶対値が 1 未満となるよう運行制御を設計すればよい。

本研究では、上述の条件を満たす、シンプルかつ実現可能な運行制御方策を提案する。具体的には、先行列車の情報のみを考慮した自律分散的なフィードバック制御を提案する。この方策は、停車時間制御 \mathbf{P}^b と走行制御 \mathbf{P}^c という 2 つの操作で構成されている。前者は停車時間を延ばすことを表しており、後者は走行速度を上げること表している。なお、本研究では、停車時間を縮める、速度を落とす、という操作は想定しない。なぜなら、前者は乗客の厚生を考えれば現実的には困難であり、後者は本モデルにおいて、停車時間を延ばすことと効果が重複するためである⁴。

(2) 自律分散的な運行制御方策

本研究で提案する運行制御方策は、各駅で観測される遅延から計算される基準に基づき、各列車が停車時間・走行速度を調整するものである。列車 n が駅 s に $\epsilon_n(s) \equiv t_n(s) - T_{n,s}$ 遅れて到着したとすると、この遅延は次のように表される :

$$\begin{aligned} (t_n(s) + b_n(s)) - (T_{n,s} + B_{n,s}) \\ = \epsilon_n(s) + \beta_s(\epsilon_n(s) - \epsilon_{n-1}(s)) - g_{n,s}. \quad (24) \end{aligned}$$

また、状態変数 $t_n(s)$ で表現すれば、

$$\begin{aligned} (t_n(s) + b_n(s)) - (T_{n,s} + B_{n,s}) \\ = (1 + \beta_s)(t_n(s) - T_{n,s}) - \beta_s(t_{n-1}(s) - T_{n-1,s}) - g_{n,s} \end{aligned} \quad (25)$$

である。ここで、 $g_s \equiv B_{n,s} - \beta_s(T_{n,s} - T_{n-1,s})$ は、ダイヤ上想定されている停車時間の余裕時分である。式 (24)

⁴ 現実的には、駅で停車時間を延ばさず、線路上で減速することは、当該列車と後続列車の乗客の分散化を促す点で有効であると考えられる。ただし、本モデルでは、停車中に到着した乗客は次の列車に乗車することを仮定しているため、停車時間を延ばす操作が上記の点と同様の効果をもたらす。言い換えれば、本モデルにおいて、停車時間を延ばすことは、線路上で減速しているとも解釈できる。

の右辺第1項はダイヤからの到着時刻の乖離を表しており、第2項はダイヤ上想定される停車時間からのずれを表している。また、第2項の括弧内は、先行列車との運行時隔のずれを表している：

$$\begin{cases} \epsilon_n(s) - \epsilon_{n-1}(s) \geq 0 & \text{if 時隔が開いている} \\ \epsilon_n(s) - \epsilon_{n-1}(s) < 0 & \text{if 時隔が狭まっている.} \end{cases} \quad (26)$$

ダイヤからの乖離 (24) は、正のとき、ダイヤからの遅延を表し、負のとき、ダイヤよりも早く出発することが可能になっていることを表す。

より具体的には、提案制御方策では、ダイヤからの乖離 (i.e., 式 (24) の右辺第1項) と運行時隔のずれ (i.e., 式 (24) の右辺第2項) の重み付け平均 $E_n(s)$ ：

$$E_n(s) \equiv (1 - \alpha)\epsilon_n(s) + \alpha\beta_s(\epsilon_n(s) - \epsilon_{n-1}(s)) \quad (27)$$

$$= (1 + \alpha\beta_s - \alpha)\epsilon_n(s) - \alpha\beta_s\epsilon_{n-1}(s) \quad (28)$$

を基準とする⁵。ここで、 $\alpha \in [0, 1]$ は重み付けパラメータである。すなわち、提案制御方策は、運行時隔を維持しつつ、ダイヤを回復させようとするものである。

以下では、停車時間制御、走行時間制御をそれぞれ詳しく見ていこう。停車時間制御 \mathbf{P}^b は、停車時間を延ばすこと (holding) で、(縮まってしまった) 運行時隔を回復するものである。具体的には、停車時間制御 \mathbf{P}^b は次のように表される：

$$P_n^b(s) = \max.\{0, g_s - E_n(s)\} \quad (29)$$

右辺の第1項は、停車時間制御が負にならないための条件である (i.e., 乗客を乗せ終わる前に発車することはない)。一方、第2項は停車時間を延ばすことにより、運転時隔を回復させることを意味している。

走行制御 \mathbf{P}^c は、走行速度を調整することにより、停車時間制御では完全に回復できなかった運行時隔を回復させるものである⁶。そのために、走行時間に見込まれる余裕時分を活用する。速度制限区間以外の区間を最高速度 \bar{v}_s で走ったときの駅間の最小走行時間を c_s^{\min} と書くと、走行区間に見込まれている余裕時分は $c_s - c_s^{\min}$ である。従って、走行時間制御 \mathbf{P}^c は次のように与えられる：

$$P_n^c(s) = -\min.\{c_s - c_s^{\min}, \max.\{0, E_n(s) - g_s\}\} \quad (30)$$

右辺の \max 関数は、停車時間制御において運行時隔のずれが残った場合にのみ走行制御が行われることを

⁵ 遅延そのものを完全に解消するように停車時間を調整するものは“schedule-based 制御”と呼ばれる⁹⁾。すなわち、schedule-based 制御の目標はダイヤを必ず守ることである。しかし、この制御が有効に働くためには、大きな遅延をも吸収できるような余裕時分が必要である。遅延が残ってしまう状況では、運行時隔が乱れ、遅延の伝播が生じる。

⁶ Daganzo らの一連の研究^{9), 10), 11)}では、停車時間制御のみを扱っている。これは、バスにおいては、バス停留間の交通状態が予測できず、走行制御が難しいためである。一方、鉄道においては、走行制御を比較的導入しやすい。また、走行時間にも必ず余裕時分が含まれていることを考えれば、これを活用することは自然であろう。

表している。一方、 \min 関数は、余裕時分よりも大きな運行時隔のずれを回復できないことを表すものである。

以上の運行制御方策を導入するとき、停車時間 (3) および走行時間 (5), (6), (7) は、各々、次のように変更される。

$$\bar{b}_n(s) = \beta_s(t_n(s) - t_{n-1}(s)) + P_n^b(s) \quad (31)$$

$$\bar{c}_n(s) = \frac{L_{s,1} + L_{s,2}}{v_{s,f}} + \frac{L_{s,b}}{v_{s,b}} + P_n^c(s) \quad (32)$$

$$\bar{t}_n(s) = t_{n-1}(s + 1) + a_s - (t_n(s) + b_n(s) + P_n^b(s)) \quad (33)$$

$$\bar{c}_n(s) = (t_{n-1}(s + 1) + b_{n-1}(s + 1)) + a_s - (t_n(s) + b_n(s) + P_n^b(s)) \quad (34)$$

なお、追従走行する場合の走行時間 (33)、駅の直前で待つ場合の走行時間 (34) に走行制御の項 $P_n^c(s)$ が入っていないのは次の理由からである。すなわち、走行制御で加速することにより早めに先行列車に追いつくが、駅 $s + 1$ に到着する時刻は (先行列車との物理的な関係に制約されており) 変化しないためである。

上記の停車時間、走行時間を用いれば、列車 n の駅 $s + 1$ への到着時刻は次のように与えられる：

$$t_n(s + 1) = \begin{cases} (1 + \beta_s)t_n(s) - \beta_s t_{n-1}(s) + c_s + P_n^b(s) + P_n^c(s) & \text{if 自由走行の場合} \\ t_{n-1}(s + 1) + a_s & \text{if 追従走行の場合} \\ (1 + \beta_{s+1})t_{n-1}(s + 1) - \beta_{s+1}t_{n-2}(s + 1) + a_s & \text{if 駅の直前で待機する場合} \end{cases} \quad (35)$$

ここで、追従走行の場合、駅の直前で待機する場合、停車時間制御の項がキャンセルアウトする。また、前章同様に、列車運行ダイナミクスは、 \max 関数を用いて次のように表される：

$$t_n(s + 1) = \bar{F}_n(s) = \max.\{\bar{X}_n(s), Y_n(s), Z_n(s)\} \quad (36)$$

where

$$\bar{X}_n(s) \equiv (1 + \beta_s)t_n(s) - \beta_s t_{n-1}(s) + c_s + P_n^b(s) + P_n^c(s).$$

ここからは、局所安定性解析を行っていこう。先にも述べたように、制御導入後の Jacobi 行列 $\bar{\mathbf{J}}$ は、式 (23) で表される。従って、各々の制御項の Jacobi 行列 $\nabla \mathbf{P}^b(\cdot)$, $\nabla \mathbf{P}^c(\cdot)$ を計算し、制度導入前の Jacobi 行列 \mathbf{J} の各ブロックに加えればよい。具体的には、Jacobi 行列 $\bar{\mathbf{J}}$ は次のように与えられる (制御項の Jacobi 行列の導出について

は付録 II を参照) :

$$\bar{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{J}}^k & \bar{\mathbf{J}}^{k-1} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\bar{\mathbf{J}}^k = \begin{bmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \bar{J}_{n,n}^k & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\bar{\mathbf{J}}^{k-1} = \begin{bmatrix} 0 & & & \bar{J}_{1,N-1}^{k-1} \\ \bar{J}_{2,1}^{k-1} & 0 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \bar{J}_{N,N-1}^{k-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

where

$$\bar{J}_{n,n}^k \equiv (1 - \alpha)\beta_s + \alpha, \quad \bar{J}_{n,n-1}^{k-1} \equiv -(1 - \alpha)\beta_s$$

そして、重み付けパラメータを適切に設定することにより、Jacobi 行列の全ての固有値の実部の絶対値を 1 未満にすることができる。従って、次の命題が成立する：

命題 2. ダイヤが実行可能であると仮定する。また、重み付けパラメータ $\alpha < 1$ とする。このとき、運行制御方策 (29), (30) を導入した列車運行システムは漸近安定である (i.e., ダイヤが維持される)。

証明. Jacobi 行列の特性多項式は次のように計算される：

$$\begin{aligned} \det(\bar{\mathbf{J}} - \lambda \mathbf{I}) &= \det(\bar{\mathbf{J}}^k - \lambda \mathbf{I}) \cdot \det(\lambda \mathbf{I} - (\bar{\mathbf{J}}^k)^{-1} \bar{\mathbf{J}}^{k-1}) \\ &= \prod_n ((1 - \alpha)\beta_s + \alpha - \lambda) \\ &\quad \cdot \left(\lambda^N + (-1)^N \prod_n \frac{(1 - \alpha)\beta_s}{(1 - \alpha)\beta_s + \alpha} \right) = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

従って、特性多項式の解として固有値が次のように求まる：

$$\lambda = (1 - \alpha)\beta_{s+n-1} + \alpha, \dots, (1 - \alpha)\beta_{s-n+1} + \alpha \quad (41)$$

$$\lambda^N + (-1)^N \prod_n \frac{(1 - \alpha)\beta_s}{(1 - \alpha)\beta_s + \alpha} = 0 \text{ の } N \text{ 乗根} \quad (42)$$

需要パラメータは $\beta_s < 1$ であるので、式 (41) で表される N 個の固有値は $\alpha < 1$ で必ず 1 未満となる。一方、式 (42) の N 乗根は、左辺第 2 項が 1 未満の正の値であるため、根の実部の絶対値も必ず 1 未満となる。

提案運行制御方策は、 $\alpha = 1$ (i.e., $E_n(s) = \beta_s(\epsilon_n(s) - \epsilon_{n-1}(s))$) のとき、Daganzo ら^{9),10)}と同様の“headway-based 制御”となる。Headway-based 制御に類するものは、実際の列車運行オペレーションでも、時隔を維持するための“延発”という形で、ヒューリスティックに行われている。ただし、命題 2 でも示されたように、運転時隔のみ考慮した制御では、列車運行システムの(漸

表-1 パラメータの設定

	設定値
駅間距離 ($L_{s,1}, L_{s,b}, L_{s,2}$)	(0.75, 0.5, 0.75) [km]
速度 ($\bar{v}_s, v_{s,f}, v_{s,b}$)	(1.125, 1, 0.5) [km/分]
駅における需要 (β_s)	0.15
停車の余裕時分 (g_s)	10 [秒]
走行の余裕時分 ($c_s - c_s^{\min}$)	10 [秒]
反応時間 (τ_s)	1 [秒]
安全距離 (d_s)	0.2 [km]

近) 安定性を保証することはできない⁷。すなわち、遅延の拡大を抑制することができるが、1度発生した遅延は解消することはできない。

(3) 数値計算例

最後に、制御導入後の列車運行システムの性質をより直感的に示すために、数値計算例を示す。環状線における 4 駅 4 列車の列車運行システムを考える。駅間の設定 (e.g., 制限速度), 列車性能 (e.g., 安全距離), 余裕時分, そして、駅の需要はどの駅・列車でも等しいとし、表-1 のように設定する。このとき、運行時隔は 3.13 [分] である。

このような設定の下、ある列車が 20 [秒] ダイヤから遅れたとして、シミュレートしたものが図-4, 図-5, 図-6 である。これらの図は、列車 1 台 1 台の走行軌跡を表しており、縦軸が駅の位置 [km], 横軸が経過時間 [分] である。遅延が発生した列車は赤線で表されており、点線はダイヤ上の走行軌跡である。なお、この走行軌跡は、列車運行ダイナミクスを計算し、全ての列車の全ての駅での到着時刻を求めた後に、駅間を直線で結んだものである。従って、計算上はボトルネックでの速度の低下等は考慮されているが、この走行軌跡には表現されていない。

図-4 は、運行制御方策が導入されていない列車運行システムの走行軌跡である。このとき、遅延が伝播し、最終的に団子運転状態になることがわかる。また、自由走行する列車が、4 列車 \Rightarrow 2 列車 \Rightarrow 1 列車の順に団子運転状態に遷移していく。

図-5, 図-6 は、遅れた列車が 1 周した (図中の A) のちに運行制御方策を導入したときの、走行軌跡である。図-5 は、headway-based 制御 ($\alpha = 1$) を導入した場合であり、遅延は伝播しないが (i.e., 運行時隔は維持される), ダイヤからの遅れは解消できないことが見てとれ

⁷ Xuan ら¹¹⁾は、Daganzo ら^{9),10)}の制御を含む、より一般化した制御方策を示している。これは、停車時間の調整に加え、駅における余裕時分をも動的に調整するものであり、運行システムを安定化できる。しかし、遅延が大きい場合には、余裕時分を大きく増加させる必要があり、高密度ダイヤにおいては後続の走行区間における渋滞を引き起こす恐れがある。

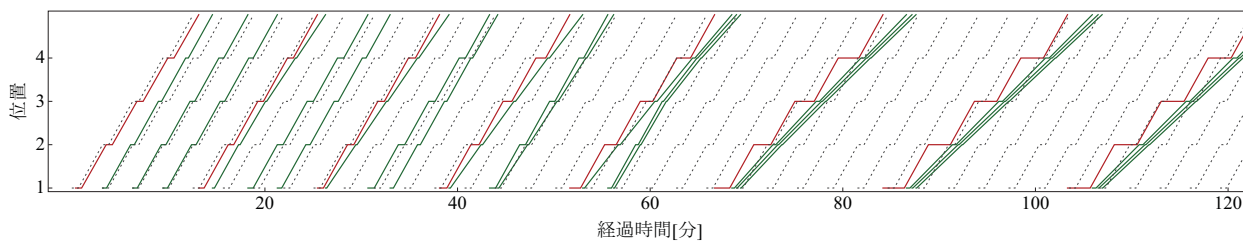


図-4 制御なし列車運行システムの車両軌跡

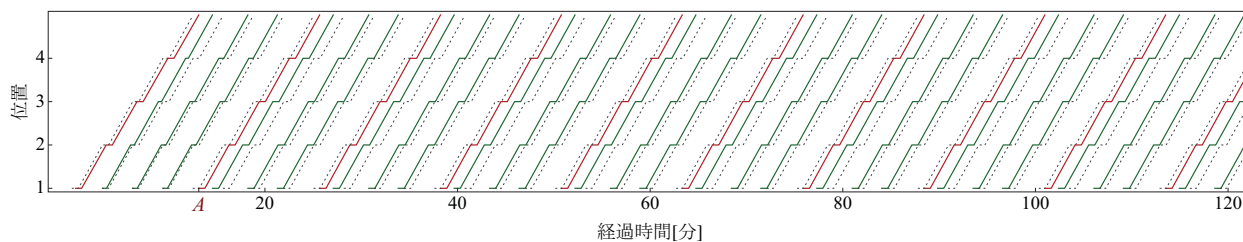


図-5 Headway-based 制御導入後の列車運行システムの車両軌跡 ($\alpha = 1$)

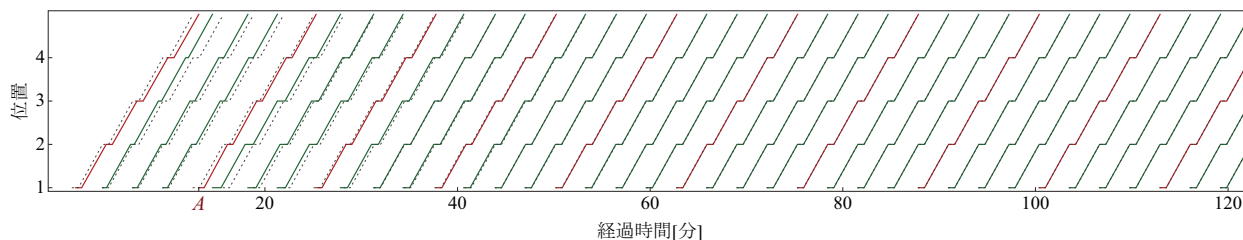


図-6 提案運行制御導入後の列車運行システムの車両軌跡 ($\alpha = 0.7$)

る。一方、図-6 は重み付けパラメータを ($\alpha = 0.7$) とした提案運行制御を導入した場合であり、制御導入後すみやかにダイヤからの遅れが解消することが分かる。

5. おわりに

本稿では、高密度ダイヤに従う列車運行システムを対象として、列車集群化を抑制する運行制御方を提案した。具体的には、まず、停車区間・走行区間における遅延伝播メカニズムを考慮した、列車運行モデルを構築した。そして、運行制御方を導入することで、運行ダイヤに従う列車運行システムが安定化されることを証明した。

本稿では、環状路線を対象としたが、この仮定を緩めた場合にも同様の帰結を得ることができる。また、走行区間の設定 (i.e., 移動閉塞, ボトルネック 1 つ) も、現在広く用いられている固定閉塞方式を採用した場合にも、ほぼ同様の結果を得ることができる。この場合、先行列車の最後尾との距離ではなく、閉塞の最後尾に応じて各列車が速度を調整するように変更すればよい。

本稿で得られた結果は、あくまで、局所的な安定性を保証するものである。より大きな遅延が発生した場

合、列車運行システムの安定性が保たれるか否かは自明ではない。従って、大域的な安定性を保証する運行制御ルールがどのような条件を満たすべきかを明らかにすることは、今後の重要な課題である。

謝辞： 本稿の修正に当たっては匿名の査読者からの有益なコメントを参考とした。また本研究は、日本學術振興會・特別研究員奨励費 (課題番号 11J07829)、科学研究費補助金・萌芽研究 (課題番号 23656310) を受けた研究の一部である。ここに記し、感謝の意を表します。

付録 I 出発時刻を用いた停車時間のモデル化

停車中に到着した乗客の乗車を考慮する場合、停車時間 $\tilde{b}_n(s)$ は、先行列車と後続列車の出発時刻の差を用いて表される：

$$\begin{aligned} \tilde{b}_n(s) &= g_{n,s} + \beta_s \{(t_n(s) + \tilde{b}_n(s)) - (t_{n-1}(s) + \tilde{b}_{n-1}(s))\} \\ &= b_n(s) + \beta_s (\tilde{b}_n(s) - \tilde{b}_{n-1}(s)). \end{aligned} \quad (I.1)$$

従って、到着時刻ベースで評価した停車時間と出発時刻ベースで評価した停車時間の関係は、

$$b_n(s) = (1 - \beta_s) \tilde{b}_n(s) + \beta_s \tilde{b}_{n-1}(s) \quad (I.2)$$

と与えられる。この式より、到着時刻ベースで評価した停車時間が、出発時刻ベースで評価した当該列車の停車時間と“先行列車の停車時間”の凸結合として表されていることが分かる。ただし、運行時隔の乱れが小さい場合 (i.e., $\tilde{b}_n(s) \approx \tilde{b}_{n-1}(s)$) または、 $\beta_s \ll 1$ の場合は、 $b_n(s)$ と $\tilde{b}_n(s)$ が一致する。

付録 II 運行制御方策の Jacobi 行列の導出

まず、制御項を表す微分不可能な max/min 関数を LSE でスムージングする：

$$\hat{P}_n^b(s) \equiv \frac{1}{\theta} \log \left\{ 1 + e^{\theta(g_s - E_n(s))} \right\} \quad (\text{II.1})$$

$$\hat{P}_n^c(s) \equiv \frac{1}{\theta} \log \left\{ e^{-\theta(c_s - c_s^{\min})} + e^{-\theta\pi_n(s)} \right\} \quad (\text{II.2})$$

$$\pi_n(s) \equiv \frac{1}{\theta} \log \left\{ 1 + e^{\theta(E_n(s) - g_s)} \right\} \quad (\text{II.3})$$

そして、このスムージング関数の Jacobi 行列は、

$$\nabla_{\mathbf{t}^k} \hat{\mathbf{P}}^b(\cdot) = [0 \cdots 0 \quad \hat{p}_{n,n}^{b,k} \quad 0 \cdots 0]_{V_n} \quad (\text{II.4})$$

$$\nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \hat{\mathbf{P}}^b(\cdot) = [0 \cdots 0 \quad \hat{p}_{n,n-1}^{b,k-1} \quad 0 \cdots 0]_{V_n} \quad (\text{II.5})$$

$$\nabla_{\mathbf{t}^k} \hat{\mathbf{P}}^c(\cdot) = [0 \cdots 0 \quad \hat{p}_{n,n}^{c,k} \quad 0 \cdots 0]_{V_n} \quad (\text{II.6})$$

$$\nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \hat{\mathbf{P}}^c(\cdot) = [0 \cdots 0 \quad \hat{p}_{n,n-1}^{c,k} \quad 0 \cdots 0]_{V_n} \quad (\text{II.7})$$

where

$$\hat{p}_{n,n}^{b,k} \equiv \frac{\partial \hat{P}_n^b(s)}{\partial t_n(s)} = \frac{-(1 + \alpha\beta_s - \alpha)e^{\theta(g_s - E_n(s))}}{1 + e^{\theta(g_s - E_n(s))}}$$

$$\hat{p}_{n,n-1}^{b,k-1} \equiv \frac{\partial \hat{P}_n^b(s)}{\partial t_{n-1}(s)} = \frac{\alpha\beta_s e^{\theta(g_s - E_n(s))}}{1 + e^{\theta(g_s - E_n(s))}}$$

$$\hat{p}_{n,n}^{c,k} \equiv \frac{\partial \hat{P}_n^c(s)}{\partial t_n(s)} = \frac{-(1 + \alpha\beta_s - \alpha)e^{\theta(E_n(s) - g_s - \pi_n(s))}}{(e^{-\theta(c_s - c_s^{\min})} + e^{-\theta\pi_n(s)})(1 + e^{\theta(E_n(s) - g_s)})}$$

$$\hat{p}_{n,n-1}^{c,k} \equiv \frac{\partial \hat{P}_n^c(s)}{\partial t_{n-1}(s)} = \frac{\alpha\beta_s e^{\theta(E_n(s) - g_s - \pi_n(s))}}{(e^{-\theta(c_s - c_s^{\min})} + e^{-\theta\pi_n(s)})(1 + e^{\theta(E_n(s) - g_s)})}$$

と計算される。ここで、均衡状態におけるダイヤ ($\mathbf{T}^k, \mathbf{T}^{k-1}$) を、式 (II.4)–(II.7) に代入し、スムージングパラメータを $\theta \rightarrow \infty$ とすると、制御項の Jacobi 行列が得られる：

$$\nabla_{\mathbf{t}^k} \mathbf{P}^b(\cdot) = \nabla_{\mathbf{t}^k} \mathbf{P}^c(\cdot) = \begin{bmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & p_{n,n}^k & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

$$\nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \mathbf{P}^b(\cdot) = \nabla_{\mathbf{t}^{k-1}} \mathbf{P}^c(\cdot) = \begin{bmatrix} 0 & & & & p_{1,N}^{k-1} \\ p_{2,1}^{k-1} & 0 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & & p_{N,N-1}^{k-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.9})$$

where

$$p_{n,n}^k \equiv p_{n,n}^{b,k} = p_{n,n}^{c,k} = -(1 + \alpha\beta_s - \alpha)/2$$

$$p_{n,n-1}^{k-1} \equiv p_{n,n-1}^{b,k-1} = p_{n,n-1}^{c,k-1} = \alpha\beta_s/2.$$

参考文献

- 1) 寺田寅彦: 電車の混雑について, 小宮豊隆 (編), 寺田寅彦 随筆集 第二巻, 1947.
- 2) 仮屋崎主司, 日比野直彦, 森地茂: 都市鉄道の列車遅延の拡大メカニズムに関する研究, 土木計画学研究・論文集, Vol. 27, pp. 871–880, 2010.
- 3) Li, K., Gao, Z. and Ning, B.: Cellular automaton model for railway traffic, *Journal of Computational Physics*, Vol. 209, pp. 179–192, 2005.
- 4) 國松武俊, 平井力, 富井規雄: 列車運行・旅客行動シミュレーションシステムの開発, 鉄道総研報告, Vol. 21, pp. 5–10, 2007.
- 5) 藤井健介, 飯田晋司, 西成活裕: CA を用いた列車ダイヤの自動復旧シミュレーション, 日本応用数理学会論文誌, Vol. 18, pp. 65–85, 2008.
- 6) Fu, Y., Gao, Z. and Li, K.: Modeling study for tracking operation of subway trains based on cellular automata, *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, Vol. 8, pp. 89–95, 2008.
- 7) Huisman, D., Kroon, L. G., Lentink, R. M. and Vromans, M. J. C. M.: Operations research in passenger railway transportation, *Statistica Neerlandica*, Vol. 59, pp. 467–497, 2005.
- 8) Cacchiani, V. and Toth, P.: Nominal and robust train timetabling problems, *European Journal of Operational Research*, Vol. 219, pp. 727–737, 2012.
- 9) Daganzo, C.: A headway-based approach to eliminate bus bunching: Systematic analysis and comparisons, *Transportation Research Part B*, Vol. 43, No. 10, pp. 913–921, 2009.
- 10) Daganzo, C. and Pilachowski, J.: Reducing bunching with bus-to-bus cooperation, *Transportation Research Part B*, Vol. 45, No. 1, pp. 267–277, 2010.
- 11) Xuan, Y., Argote, J. and Daganzo, C. F.: Dynamic bus holding strategies for schedule reliability: Optimal linear control and performance analysis, *Transportation Research Part B*, Vol. 45, No. 10, pp. 1831–1845, 2011.
- 12) Newell, G. G.: A simplified car-following theory: a lower order model, *Transportation Research Part B*, Vol. 36, No. 3, pp. 195–205, 2002.

(2012. 2. 25 受付)

A CONTROL STRATEGY TO PREVENT DELAY PROPAGATION IN HIGH-FREQUENCY RAILWAY SYSTEMS

Kentaro WADA, Sangjoon KIL, Takashi AKAMATSU and Minoru OSAWA

This paper proposes a railway operation control strategy that prevents delay propagation in high-frequency railway systems. We first formulate a dynamical system of a train motion that includes two types of delay propagation models: one is a passenger boarding model at each station, and the other is a train-following model in each railway section between stations. We then introduce a feedback control method to maintain scheduled operation. It is proved that the dynamical system under the proposed method is asymptotically stable at some equilibrium states.