タイトル：ILW などの非局所的な古典可積分系について ― Lambert の W 関数とのたたかい

内容: 内部波方程式(Intermediate long wav (ILW) equation)と呼ばれる，方程式があります。重力の下での二層流体の境界層におきる波を記述する方程式で，1970 年代に導かれました。KdV 方程式などと同じような，いわゆるソリトン方程式です。KdV を引き合いに出しましたが，実際のところ，ILW 方程式は境界層が浅い極限で KdV 方程式，深い極限で Benjamin-Ono 方程式に移行することも知られてもいます。KdV 方程式(あるいは階層)は，数理物理の中で様々な文脈から現れますので，最近はそれらの拡張において ILW や Benjamin-Ono というキーワードが現れることもままあるようです。もしかしたら，そのような最先端の話題に興味があってこの集中講義に関心を持たれた方もいるかもしれません。しかし，本集中講義では，ILW 型の方程式について，佐藤理論，Hamiloton 構造，テータ関数解などの古典可積分系におけるメジャーな道具がどのように働くかを解説します。古典可積分系の一般論が出来上がってから，40 年くらい経ちましたが，ILW 型の方程式は，Hilbert 変換に似た特異積分変換の非局所項を持っており，一般論の素朴な適用を拒んでいます。大雑把な言い方をすれば，それは Lambert の W 関数，つまり z*exp(z)の逆関数との格闘になります。諸々のパラメータを制御するときに，z*dxp(z)=c に似た形の超越的な方程式を扱わなければならないことが，基本的な障害になってきます。例えば，種数 g のテータ関数解の構成には，種数 g のコンパクトリーマン面上に Lambert W 関数の類似物を作る必要があります。伊達-神保-柏原-三輪の理論の意味で ILW 階層の対称性を考えるときには，KdV のときには代数的であった KP 階層からの縮約条件が，超越的になります。最近はそういった困難に少し進展が見えてきたように思われます。講義ではそのような話をしたいと思います。具体的な内容としては，

1. ILW 階層の対称性が¥hat{gl'}(2)と考えられること。これは，KdV 階層の対称性としての¥hat{gl'}(2)実現から直接同型を作ります。
2. 離散ラプラシアン付き ILW 方程式(PILW 方程式)という拡張があり，これが今のところ，非局所的な古典可積分系の中でもっとも大きなクラスと考えられること。
3. ILW 方程式や PILW 方程式などの方程式の，種数 2 以上のテータ関数解の存在について。

を考えています。これらは，ほぼ独立した話題ですので，最初から漏らさず聞かなければ理解ができないような講義にはならない予定です。

予備知識： 全体を通じて教養で習う線形代数と複素関数論の知識は仮定します。上記のうち 1. と 2. は一応それだけで理解できると思います。3. は，コンパクトリーマン面に関する 19 世紀までの結果(アーベル微分の概念やリーマン・ロッホの定理)は仮定します。話者にも知識が乏しいので，本当にこれらだけで理解できるはずだと思います。しかしそれは，聴き手がそれぞれ問題意識を，つまり聴き手ごとの背景知識を，持っていた方が聴きやすいと言うことでもあるかもしれません。

成績評価方法

レポートにより評価する。