

電力系統におけるフラクタル構造と新しい周波数同定法

学生員 三宅 陽一郎 (東京大学) *

The fractal structure in power system and the new method of frequency detection

Yoichiro Miyake (Department of Electrical Engineering, The University of Tokyo)*

1. 序論

電力系統をその有効電力から見ると、有効電力は複数の負荷、発電機の変動のファクターが作用しており、有効電力を力学系とみなすことができる。その力学系がフラクタル構造を持つことを、相関次元を計算することにより証明し、さらに、Recurrence Plot を用いてその相関の様子を可視化する。最後に、この観点から導かれる一般的な新しい周波数同定法を提示する。

2. 概念

〈2・1〉 概念

有効電力は、複数のファクターの関数として捉える。

$$P = F(u_1, u_2, \dots, u_n)$$

とする。これに対して、時系列ベクトル

$$v_i = (P(t_i), P(t_i + \tau), \dots, P(t_i + n\tau))$$

(τ : time shift const, i: data number

t_i は同じ時間幅で進む時刻の数列とする)

を構成する。Takens の定理は、この時系列ベクトルがもとの位相空間の幾何学的性質を保存することを保証する。(図 1)

〈2・2〉 相関次元 相関次元を定義するためにまず以下の量を定義する。

$$C(r) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \theta(r - |v_i - v_j|)$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & (\text{for } x > 0) \\ 0 & (\text{for } x < 0) \end{cases}$$

$$\log C(r) \propto d(n) \log r$$

(注: ∞ とあるがデータの上限まで解析するので、結果として r の大きな領域で saturation が起こる)

以下の 3 つの条件が満たされる時、このデータはフラクタル構造を持つといふ。

- (1) どの n に対しても $\log r$ に対して $\log C$ が線形性を持つ。
- (2) その線形の傾き $d(n)$ が n に対して上限を持つ。
- (3) その上限が整数でない値を持っている。

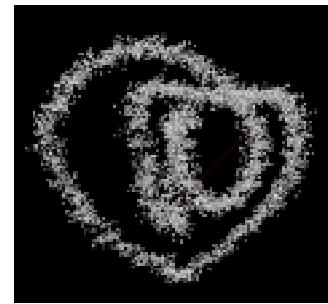


図 1 リアルタイム電力シミュレータにおける系統の有効電力の時系列ベクトルを 3 次元空間に埋め込んだもの

3. 実験結果

〈3・1〉 相関次元

実系統（図 2）における 6.6kV 母線の有効電力に対して ($\log C(r), \log r$) をプロットすると、5 から 25 において線形性を持ち、その傾きの上限が 1.50 と計算された。

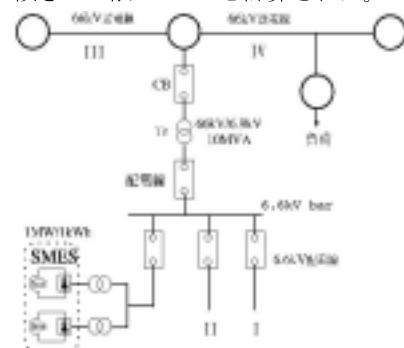


図 2 実系統における電力系統 SMES があるのは、同時に SMES による系統実験を別の時間に行っていたため、この解析には関係がない。

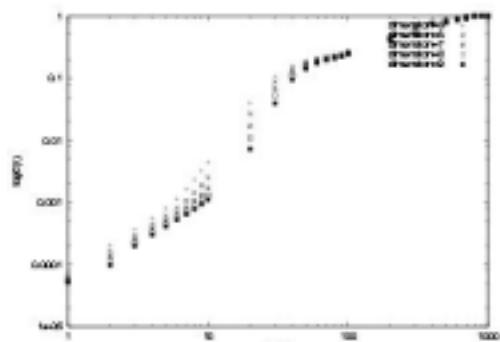


図 3 実系統における有効電力の($\log C(r), \log r$)をプロット 各点は次元を変えてプロットしたものであり、5 から 20 の間で線形性があることがわかる。

〈3・2〉 Recurrence Plot

自己相関の様子を詳細に見るために、Recurrence Plot を形成する。Recurrence Plot は以下で定義される図形である。

$$\lambda_{ij} = \theta(r - |v_i - v_j|)$$

とする。次の規則で座標(i,j)を塗り分ける。

If $\lambda_{ij} = 1$, (i,j) is green

If $\lambda_{ij} = 0$, (i,j) is black

Recurrence Plot は、各 n,r に応じて固有の図形を描くが以下に一例を表示する。緑色の領域が相関を持つ領域と考えてよい。

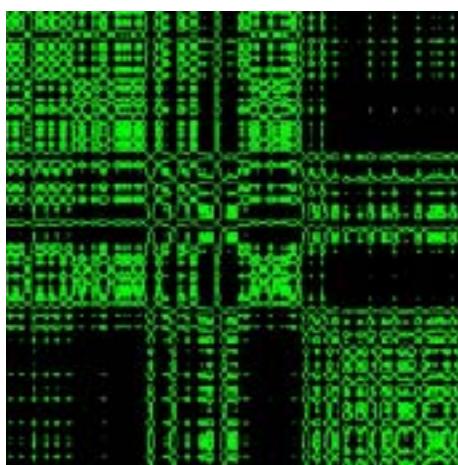


図 4 実系統における Recurrence plot n=5, r=70

4. 新しい周波数同定法

今、一般に時系列ベクトル

$$a_i = (a(t_i), a(t_i + \tau), \dots, a(t_i + n\tau))$$

が与えられたとする。

$$l(d) = |a_{i+d} - a_i|$$

という量を定義し、 a_i の周期を m とすると、d=m において、 $l(d)=0$ である。全データにおいて、この量を積算し平均した量、

$$L(d) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_i |a_{i+d} - a_i|$$

を考え、(d,L(d))をプロットすると、d が周期と一致する点において、L(d)は極小値を持つ。実際、上で解析した有効電力において、このプロットは極小値を持つ（図 5）。さらに、見やすくするために、d を周期 f に、変換して(f, 1/L(d))をプロットすると、明確な周波数のピークを示すことが出来る（図 6）。

5. 総論

本論考は、電力系統を有効電力を通して力学系として見る試みであり、その力学系が相関次元として分数の値を持ち、フラクタル構造を持つことを証明した。Recurrence Plot は時系列の自己相関を詳細に表示する方法であり、予想通り、複雑な図形が得られた。さらに、新しく開発した周波数同定法では、時系列データの周期を検出することに成功した。この方法の長所は、周波数成分としては小さな周期でも検出が可能であることであり、ノイズの多い系においても十分に応用可能であると考えられる。問題点は、スペクトルの縦軸の値に意味がないことであり、これが通常の Fourier 解析などのスペクトル解析と異なる点である。

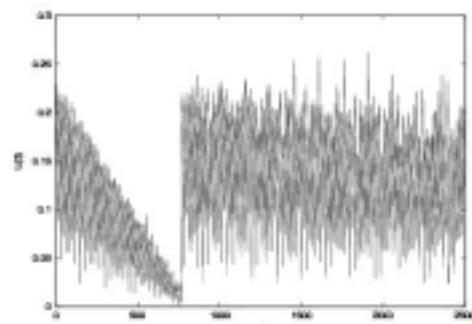


図 5 (d,L(d))をプロット

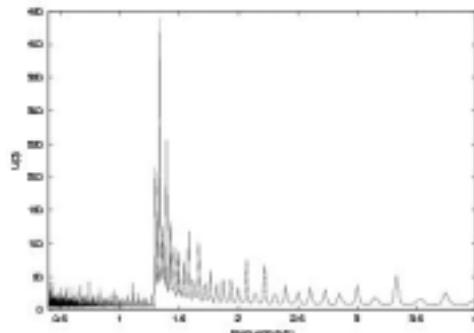


図 6 (f, 1/L(d))をプロット

文 献

(1)

Edited by K.Aihara: "The basis and application of time series of Chaos", P.132-P.147, P.189-P.198 (2000) (in Japanese)

合原一幸編: 「カオス時系列の基礎と応用」、P.132-P.147, P.189-P.198 (2000)