

CycleGANにより構成される力学系のアトラクタ分布にみられるべき則

遠原 由規¹, 山口 裕²¹福岡工業大学大学院工学研究科, ²福岡工業大学情報工学部

e-mail: mfm21109@bene.fit.ac.jp

1. 概要

近年深層学習技術は様々な方向に発展をみせているが, カオスなどの非線形ダイナミクスを積極的に利用した深層モデルの研究はまだ少ない. 深層学習モデルの枠組みとして敵対生成ネットワーク[1]が注目されており, そのひとつに CycleGAN[2]がある. CycleGAN とは2つの画像データセット同士の関係を学習して画像変換を実現する生成モデルである.

本研究では, CycleGAN を使い類似した画像を連想的に生成するモデルを構築することを目的とし, 画像変換を繰り返し行い連続的に画像を生成することを試みた. そして連続的に生成した画像系列を力学系の軌道とみなし, この系におけるアトラクタの性質やサイズの分布, またそれぞれが引き込む初期値の個数の規則性の分析を行った.

2. モデル

画像集合 X, Y に対して, Generator として, X から Y への変換を行う写像 G と, Y から X への変換を行う写像 F を用意する. また, Discriminator として, G が生成した画像と Y の画像を見分ける D_Y , F が生成した画像と X の画像を見分ける D_X を用意する. 図1にネットワークを示す. G と D_Y は式(1)の Adversarial Loss を用いて学習を行う:

$$L_{GAN}(G, D_Y, X, Y) = E_{y \sim P_Y} [\log D_Y(y)] + E_{x \sim P_X} [\log (1 - D_Y(G(x)))] \quad (1)$$

また, G と F で循環させた際の画像の一貫性を保つ為に, 式(2)の Cycle Consistency Loss を用いる:

$$L_{cyc}(G, F) = E_{x \sim P_X} [\|F(G(x)) - x\|] + E_{y \sim P_Y} [\|G(F(y)) - y\|] \quad (2)$$

本研究では, Generator のネットワークの実装には ResNet を用いた.

3. 実験

学習済みの CycleGAN を用いて画像の繰り返し変換を行う. 画像データセットから取り出した画像を初期値を x_0 とする. 式(3)のように x_n を

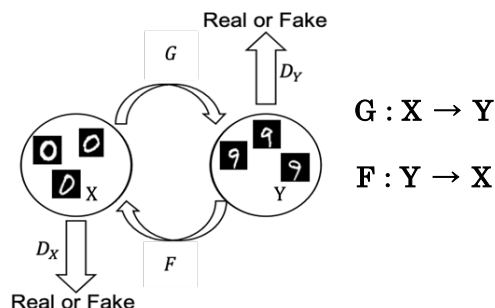


図1 CycleGAN のネットワーク

G に入力し, 出力された画像を F に入力し, その出力画像を再び G に入力することを繰り返す:

$$x_{n+1} = F(G(x_n)). \quad (3)$$

実験では, 手書き数字のデータセットである MNIST を用いた. 「0」と「9」の手書き文字を 5000 枚ずつ用い, CycleGAN の訓練を行った. この学習済みの CycleGAN を用いて, 訓練画像をそれぞれ初期値としてそれぞれ式(3)の反復による画像の生成を 10000 ステップ行った.

10000 ステップの画像列の内, 最後の 1000 ステップ軌道に対して分析を行った. 生成した画像の変化を観察する為に, アトラクタへの収束や分類, カオス性の分析を行った.

4. 結果

4.1 アトラクタの同定と性質

連続的に生成した画像系列を力学系の軌道とみなし, それぞれの軌道がどのようなアトラクタに吸引されるかを調べる為, ハウスドルフ距離を用いて, アトラクタの同定を行った. ある2つの軌道を $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{1000}\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_{1000}\}$ としたときの, ハウスドルフ距離を式(4)により定義する:

$$H(A, B) = \max \left\{ \max_{a \in A} \min_{b \in B} d(a, b), \max_{b \in B} \min_{a \in A} d(a, b) \right\} \quad (4)$$

それぞれの軌道間のハウスドルフ距離を求め, 閾値 0.5 以下であれば2つの軌道は同一のアトラクタに吸引されたと判定した. また画像列が不動点や周期解に収束したか数値的に調べる為に, 各ステップの画像 x_n と最後画像の距離 x_{end} との距離が, 閾値 0.0005 の以下

の範囲にある画像が現れるか調べ、最後の画像とほぼ同じ画像が $end - p$ 番目に現れた時、この周期を p として判定した。同定された各アトラクタが引き込んだ初期値の個数を降順に並べ、性質ごとに色分けした図 2 を示す。

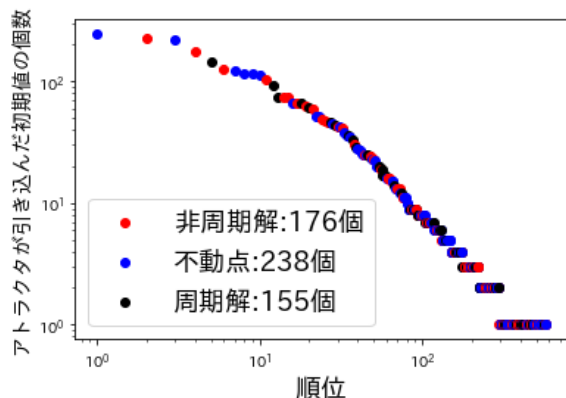


図 2 アトラクタが引き込んだ初期値の個数と性質

引き込んだ初期値の個数は、最大 248 個であり、引き込む範囲が大きいアトラクタは複数存在することがわかった。また、1, 2 つの初期値のみ引き込んだアトラクタは全体の半分以上存在することを確認した。

4.2 引き込んだ初期値の分布にみられるべき的な傾向

図 2 からはアトラクタが引き込む個数の分布はロングテールを持つことが予想される。アトラクタが引き込んだ初期値の個数が k である確率 $p(k)$ がどのような分布に従うか調べる為、候補となる確率密度関数のパラメータを対数尤度最大化によりフィットさせ、その対数尤度を比較する。候補にはべき分布、指数分布、カットオフのあるべき分布、ワイブル分布、対数正規分布を選んだ。実際の経験分布とそれぞれの分布の補累積分布を対数間隔のビン幅で図 3 にプロットする。補累積分布は、指数分布よりも、べき的な傾向を持つ他の分布に適合度が高いことが示唆される。尤度比検定 [3] を行った結果、カットオフのあるべき分布

$$p(k) = Ck^{-\alpha}e^{-\lambda k} \quad (5)$$

が他の分布すべてに対して $p < 0.05$ で有意に対数尤度が高かった。このとき、べきの指数とカットオフの係数はそれぞれ $\alpha = 1.77$, $\lambda =$

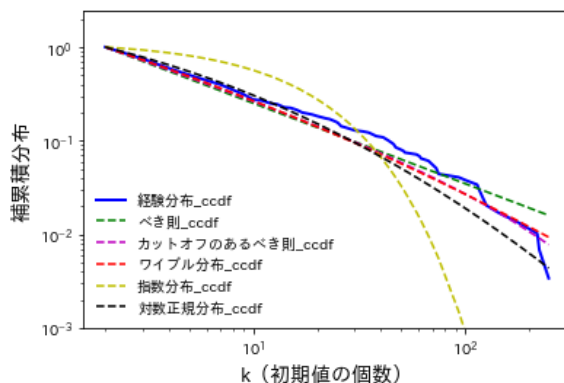


図 3 引き込んだ初期値数の補累積分布

0.0017 であった。また、訓練画像の他の組み合わせでの「2」と「4」、 「4」と「7」での学習済みの CycleGAN でも同様のカットオフのあるべき則に従うような分布が得られた。

5. まとめ

本研究では CycleGAN を用い、類似した画像を連想的に生成した。この過程を力学系として捉え、アトラクタが引き込む初期画像の個数の分布などを分析した。アトラクタが引き込む初期値の個数分布はべき的な分布に従うことが示唆された。

謝辞 本研究は JSPS 科研費 20K11985 の助成を受けた。

参考文献

- [1] I. Goodfellow, J. Pouget-Abadie, M. Mirza, B. Xu, D. Warde-Farley, S. Ozair, A. Courville and Y. Bengio, Generative Adversarial Networks, Advances in neural information processing systems (2014).
- [2] J. Zhu, T. Park, P. Isola and A. Efros, Unpaired Image-to-Image Translation Using Cycle-Consistent Adversarial Networks, 2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV) (2017).
- [3] Jeff Alstott, Ed Bullmore, Dietmar Plenz, Powerlaw: a Python package for analysis of heavy-tailed distributions, PLoS ONE 9(1) (2014).