

GANを用いた分岐パラメータに依存したカオス時系列の生成

高橋 直樹¹, 山口 裕²¹ 福岡工業大学大学院工学研究科, ² 福岡工業大学情報工学部

e-mail : mfm22107@bene.ft.ac.jp

1 はじめに

深層生成モデルの Generative Adversarial Networks(GAN)[1] は言語, 音楽, 音声など様々な系列データ生成に応用が試みられている. 我々は GAN による時系列生成の能力とその限界を理解するために, カオス時系列を生成する GAN の性質を調べている. 先行研究 [2] ではカオス時系列を生成することを GAN に学習させたが, その際に写像の方程式中の分岐パラメータは固定されており, 複数のパラメータで時系列を生成することはまだ行われていなかった. カオス力学系の特徴として, パラメータを変化させたときに様々な分岐を示す性質があり, この分岐を GAN により再現できるかは興味深い問題である. 本研究ではパラメータに依存してふるまいが分岐する写像の時系列を conditional-GAN(cGAN)[3] を用いて再現できるか研究を行う.

2 手法

本実験で扱う cGAN とは, 生成器 G と識別器 D の 2 つのネットワークを敵対的に訓練させる GAN の入力に条件情報 c を付けて学習を行う生成モデルである. G は条件 c のもと生成したデータが真のデータだと D に間違わせるように学習する. D は G の生成したデータと真のデータを正確に判別できるように学習する. 今回 G と D は, 1次元畳み込みニューラルネットワークにより構成し, 活性化関数は ELU 関数を使用した. 今回は, 1次元の離散力学系一種であるロジスティック方程式 (1) の分岐パラメータ a を $[3.6, 4.0]$ の範囲でランダムにとり数値計算によって得た時系列データを訓練データとして使用する.

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad (1)$$

この分岐パラメータ a は, 条件として G と D の入力に与える.

3 結果

ランダムに 400 個のパラメータ a を生成し, それらを用いて式 (1) により時系列を訓練データとして作成し, 学習を行うことを 10 万回繰り返した. 訓練後の G を用いて時系列を生成し, x_n 対 x_{n+1} のリターンマップを描いた例を下記に示す. 図 1 は時系列がカオスとなる例, 図 2 は周期解の例である. カオスの領域では, 外れ値は目立つものの, 写像の概形, 値の分布や時系列は訓練データの特徴をある程度捉えていることがわかる. 一方, 周期解のパラメータでは, 写像の形は再現しているものの周期性をまったく再現できていないことがわかる.

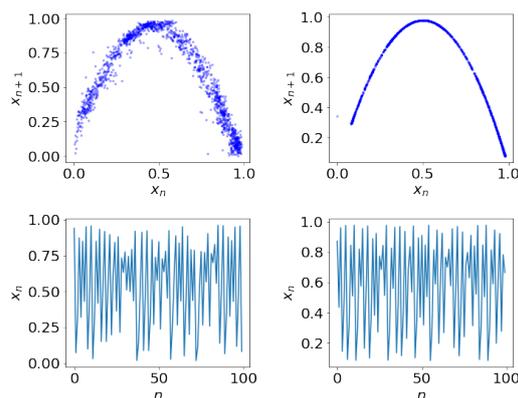


図 1. カオスを示すパラメータにおける軌道の生成. $a = 3.91443532$. 左:生成データ, 右:訓練データ

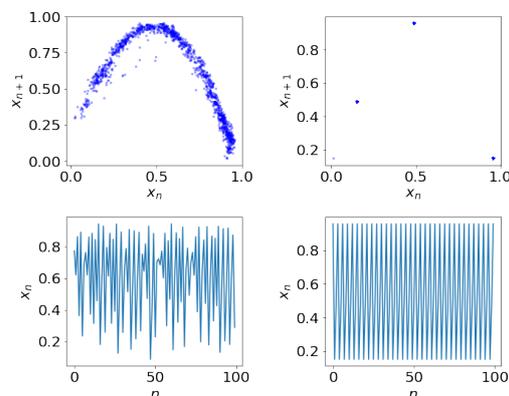


図 2. 周期解を示すパラメータにおける軌道の生成. $a = 3.83947147$. 左:生成データ, 右:訓練データ

パラメータ a を 3.6 から 4.0 を 0.01 刻みで生成器に与え、その生成データをもとに分岐図(図 3)を作成した。これらの結果から、アトラクタの幅の変化はある程度再現できている一方で、周期解の窓の構造はまったくみられず、周期解を再現することはできてないことがわかった。

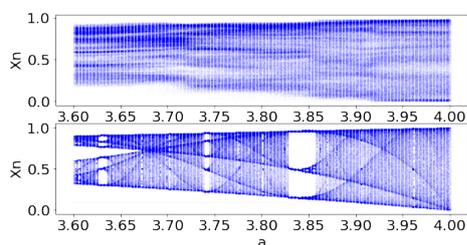


図 3. 分岐図(上:生成データ, 下:訓練データ)

また生成器は写像自体の学習はできているのか、1回の反復の誤差は周期解領域とカオス領域で異なった傾向があるのかを調べるために、生成データの各点 x_n を一回写像したものと隣の点 x_{n+1} との差の絶対値 $|f(x_n) - x_{n+1}|$ を計算し、各パラメータごとに平均をとったものを図 4 に示す。図からは、誤差と周期性の関係は明らかではない。この点をより検討するために、各 a の値における軌道のリアプノフ指数と、平均絶対誤差の関係を図 5 の散布図により調べた。リアプノフ指数が負の領域は周期解に対応し、正の領域はカオス解に対応する。図から、周期解のときに誤差が大きいということはなく、カオス解の領域と同様に写像自体の学習はある程度できていることが示唆される。

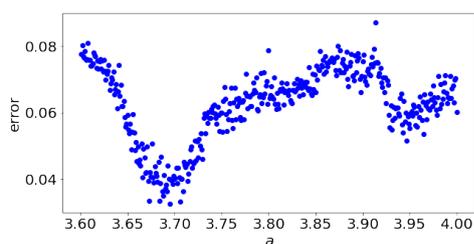


図 4. 平均絶対値誤差

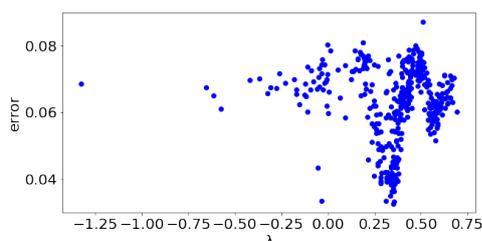


図 5. リアプノフ指数と誤差の散布図

4 まとめ

ロジスティック方程式を対象に分岐パラメータを入力として対応する時系列を生成する cGAN を構築した。これをもとに分岐図を作成した。カオス的なふるまいをするパラメータでの再現は成功したが、周期の窓付近のパラメータでは周期解を再現できなかった。周期解の再現が難しいことの要因は、わずかな分岐パラメータの変化に対して全く性質の異なる軌道を生成しなければならない点にある可能性がある。また、写像の誤差は隣り合う点同士の局所的な関係のみに依存するのに対し、周期アトラクタは時間方向の反復計算を(数学的には無限に)繰り返した際に現れる対象であることも、時間方向の反復を陽に行わない畳み込みネットワークにとって周期解の再現が難しい要因となっている可能性がある。今後の課題は、再現できなかったパラメータにおいて判別器がどのような挙動をしているのか調べるなどの解析を行い、ネットワークや訓練方法の改善により、分岐現象の再現ができるモデルの構築をすることである。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 20K11985 の助成を受けた。

参考文献

- [1] Ian J. Goodfellow, Jean Pouget-Abadie, Mehdi Mirza, Bing Xu, David Warde-Farley, Sherjil Ozair, Aaron Courville, Yoshua Bengio, Generative Adversarial Networks, arXiv, 1411.1784 (2014)
- [2] 田中 悠貴, 山口 裕, GAN を用いたカオス時系列の生成, 日本応用数理学会 2021 年度年会 講演予稿集 p204, 2021
- [3] Mehdi Mirza, Simon Osindero, Conditional Generative Adversarial Nets, arXiv, 1411.1784(2014)